Universidad Pedagógica Nacional

Francisco Morazán

Vicerrectoría de Investigación y Postgrado

Dirección de Postgrado

Maestría en Matemática Educativa

Tesis de Maestría

EL USO DE SCILAB COMO UNA ESTRATEGIA ALTERNATIVA A LA ENSEÑANZA DE LA VARIABLE COMPLEJA: UN ESTUDIO REALIZADO EN UNAH – VS.

Tesista

Mario José Suazo Euceda

Asesor de Tesis

MsC. José de la Cruz Rodríguez Gómez

San Pedro Sula, *octubre de 2015*

EL USO DE SCILAB COMO UNA ESTRATEGIA ALTERNATIVA A LA ENSEÑANZA DE LA VARIABLE COMPLEJA: UN ESTUDIO REALIZADO EN UNAH – VS.

Universidad Pedagógica Nacional

Francisco Morazán

Vicerrectoría de Investigación y Postgrado

Dirección de postgrado

Maestría en Matemática Educativa

EL USO DE SCILAB COMO UNA ESTRATEGIA ALTERNATIVA A LA ENSEÑANZA DE LA VARIABLE COMPLEJA: UN ESTUDIO REALIZADO EN UNAH – VS.

Tesis para obtener el título de

Máster en Matemática Educativa

Tesista

Mario José Suazo Euceda

Asesor de Tesis

MsC. José de la Cruz Rodríguez

San Pedro Sula, octubre de 2015

AUTORIDADES

M.Sc. **DAVID ORLANDO MARÍN LÓPEZ.**
Rector

M.Sc. **HERMES ALDUVÍN DÍAZ LUNA**
Vicerrector Académico

M.Sc. **JORGE ÁLVAREZ**
Vicerrector Administrativo

Ph.D. **YENNY AMINDA EGUIGURE TORRES.**
Vicerrectora de Investigación y Postgrado

M.Sc. **JOSÉ DARIO CRUZ ZELAYA.**
Vicerrector del CUED

M.Sc. **CELFA IDALISIS BUESO FLORENTINO**.
Secretaria General

Ph.D. **ESTELA ÁLVAREZ**
Directora de postgrado

San Pedro Sula, octubre de 2015

Terna Examinadora

Esta tesis fue aceptada y aprobada por la terna examinadora nombrada por la Dirección de Estudios de Postgrado de la Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, como requisito para optar al grado académico de Máster en Matemática Educativa.

San Pedro Sula, octubre de 2015.

M.Sc. Rudis Manuel Salinas Martínez
Examinador presidente

M.Sc. Mario Roberto Canales Villanueva
Examinador

M.Sc. José de la Cruz Rodríguez
Examinador

Mario José Suazo Euceda
Tesista

Dedicatoria

A mi abuela Lorenza Suazo (QEPD), que me amó y cuidó tanto, ¡ojalá estuviera aquí!.

A mis verdaderos héroes: mis padres Ondina y Mario, porque todo se lo debo a ellos.

A mi esposa Michelle por todo ese tiempo que estuve ausente por realizar este trabajo, por ser soporte en todo momento.

Agradecimiento

A Dios, por todas sus bendiciones en mi vida y mi familia.

A mi asesor el Ms.C José de la Cruz Rodríguez por su constante apoyo, motivación y consejos.

A mis amigos por creer en mi

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN 6
CAPÍTULO I: CONSTRUCCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO 9
1.1 Planteamiento del problema 10
1.2 Problema de investigación 11
1.3 Objetivos 11
1.3.1 Objetivo General 11
1.3.2. Objetivos Específicos 12
1.4 Preguntas de investigación 12
1.5 Justificación 12
1.6 Delimitación del problema de investigación. 18
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO 19
2.1 Generalidades de la variable compleja 20
2.2 Historia de la Variable Compleja. 23
2.3 Algunas aplicaciones de la Variable Compleja en Matemática, Física e Ingeniería. 29
2.4 Las TICs en educación e innovación tecnológica. 31
2.5 Software en Educación. 34
2.6 El uso software matemático en enseñanza superior. 38
2.7 Software Libre. 40
2.8 Software Scilab 42
2.9 Rendimiento Académico en la Universidad. 43
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO 48
3.1 Enfoque de la investigación 49
3.2 Tipo de estudio 49
3.3 Tipo de diseño de la investigación 49
3.4 Hipótesis de la investigación. 51
3.5 Variables. 51
3.6 Población y Muestra. 52
3.7 Técnicas de Recolección de Datos. 52
3.8 Análisis de datos. 54
CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS 55

4.1 Análisis del Pre – test. 56
4.1.1 Ejercicio 1 58
4.1.2 Ejercicio 2 59
4.1.3 Ejercicio 3 60
4.1.4 Ejercicio 4 61
4.1.5 Ejercicio 5 62
4.1.6 Ejercicio 6 64
4.1.7 Ejercicio 7 65
4.1.8 Ejercicio 8 66
4.2 Ejemplos del postest: Análisis. 68
4.2.1 Ejemplo 1 68
4.2.2 Ejemplo 2 70
4.2.3 Ejemplo 3 72
4.2.4 Ejemplo 4 73
4.3 Análisis de datos del Post – test 74
4.3.1 Prueba Kolmogorov – Smirnov y evaluación de la normalidad de los datos 75
4.3.2 Prueba de la hipótesis. 77
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES 80
5.1. Conclusiones 81
5.2 Recomendaciones. 82
Bibliografía 83
ANEXOS 88
ANEXO I: TALLERES 89
TALLER I 89
TALLER II 95
TALLER III 100
TALLER IV 111
ANEXO II: PRUEBAS. 120

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS (GRUPO DE CONTROL) 120

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS (GRUPO EXPERIMENTAL) 121

POSTEST GRUPO DE CONTROL 122

POSTEST GRUPO EXPERIMENTAL..... 123

INTRODUCCIÓN

Es común escuchar que la enseñanza de las matemáticas en educación primaria, secundaria y algunas veces en educación superior, se realiza de forma memorística mediante el uso de fórmulas o la realización de ejercicios tediosos que mecanizan al alumno.

Según Villadepaz (1998) que cita en la Conferencia "Orientaciones conceptuales sobre la enseñanza de las Matemáticas" impartida en el ICME[1] por la doctora Alba Thompson de la Universidad de San Diego, afirma que, se hace excesivo énfasis en el aspecto del cálculo, con la tendencia a ejecutar procedimientos, técnicas antes que el contexto del cálculo, es decir, el concepto. En la educación superior hondureña, en los cursos de Álgebra, Geometría y Trigonometría o Cálculo la realidad no es distinta, sin entender, a veces, el concepto matemático estudiado.

El presente trabajo pretende incorporar talleres con software matemático como una estrategia de enseñanza en la asignatura de Variable Compleja[2] a estudiantes del área físico – matemática en la Universidad Nacional Autónoma de Honduras en el Valle de Sula (UNAH – VS). El Análisis Complejo es una de las áreas importantes de la matemática que tiene un gran impacto tanto en Matemática Aplicada como en Matemática Pura.

En la Universidad Nacional Autónoma de Honduras (UNAH) en la asignatura Variable compleja se enseñan temas específicos y conceptos nuevos al estudiante de ingeniería y matemática como ser: Funciones Analíticas y Elementales, Integración Compleja y Series, Transformaciones Conformes y algunas

[1] International Congress on Mathematical Education o Congreso Internacional de Educación Matemática.

[2] Es la rama de la Matemática que estudia los números complejos, funciones analíticas(polinomios, exponenciales, trigonométricas, etc) y demás resultados que surgen a partir de la aceptación de la ecuacion $x^2 = -1$

aplicaciones a la Física; la misma es parte del currículo de varias carreras como ser ingeniería Eléctrica, Licenciaturas en Matemática y Física de la UNAH. Estos conocimientos requieren de una fuerte base en geometría y trigonometría, álgebra de números reales, temas de cálculo como ser: límites, derivadas, integrales y series, etc.

La enseñanza de asignaturas de Matemática plantea dificultadas y es por ello que en este trabajo se plantea una estrategia de enseñanza alternativa para facilitar el aprendizaje del estudiante. Las dificultades diversas en Matemática plantean la necesidad de estrategias didácticas que conlleven a mejorar el rendimiento académico de los estudiantes (Pulido, Universidad Autónoma de Madrid, 2002), entre tantas estrategias la que tomaremos es: el uso de TICs en el aula.

Si bien es cierto que la enseñanza con TICs[3] no es nueva, en nuestro país ha sido poco explorado y explotado por parte de algunos catedráticos en el ámbito universitario. De acuerdo con Gil & Calvo (2011) *"la utilización de software y materiales educativos computarizados, está adquiriendo una importancia preponderante en la transformación de los procesos pedagógicos que caracterizan la educación superior"*, Honduras es un país donde se está dando algunos cambios, con la aplicación de talleres en centros de cómputo o el aula de clases en educación superior, que, entre otros beneficios, da un acercamiento al futuro profesional a la tecnología.

La enseñanza de la Variable Compleja no es tarea fácil debido a la complejidad de conceptos nuevos, propios de la asignatura a las que el estudiante es expuesto, las demostraciones de los teoremas, y la incorporación de nuevos temas, por ejemplo, el de función analítica, el de topología del plano complejo o

[3] Acrónimo de Tecnología de la Información y Comunicación, según la UNESCO*, "pueden contribuir al acceso universal a la educación, la igualdad en la instrucción, el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje de calidad y el desarrollo profesional de los docentes, así como a la gestión dirección y administración más eficientes del sistema educativo".* Ver más en http://www.unesco.org/new/es/unesco/themes/icts/

series, que supone, para muchos estudiantes, su primer contacto con una matemática más rigurosa y menos mecánica. Con todo lo anterior, se pretende con esta investigación, comprobar si con la implementación de talleres del Software Scilab se mejora el rendimiento académico de los estudiantes de Variable Compleja de las Carreras de Ingeniería Eléctrica, Licenciaturas en Matemática y Física de la UNAH - VS.

Este trabajo está divido principalmente en cinco capítulos. En resumen, en el capítulo I se expone la contextualización del problema, se plantean el problema de la investigación, el objetivo general y los objetivos específicos, además la justificación del problema de investigación, las preguntas de la misma.

En el capítulo II se presentan los fundamentos teóricos, se consideran generalidades de la Variable Compleja, también, elementos históricos de la Variable Compleja, algunas aplicaciones en otras ciencias y en la Ingeniería. Además se consideran las definiciones de TICs y la innovación en educación y de definiciones de software educativo y especialmente el papel del software matemático en Educación Superior. Conceptos de software libre y las ventajas que ofrecen en el sector educativo, además de generalidades del software Scilab son parte de este capítulo. También, se consideran las causas del Rendimiento Académico en la Universidad.

El capítulo III contiene una descripción de la Metodología usada en el estudio. El enfoque, el tipo y el diseño de la investigación; la hipótesis, las variables y los participantes, la técnica y el análisis de los datos se detallan en el capítulo.

En el capítulo IV se realiza el análisis de los datos: se tabulan los datos para representar los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas de la prueba diagnóstica aplicada, así como, la comprobación de la hipótesis planteada en el capítulo III. En el capítulo V se presentan las conclusiones y sugerencias de los resultados de la investigación.

Por último se presenta la bibliografía, los talleres, y las pruebas realizadas para el análisis de los resultados.

CAPÍTULO I: CONSTRUCCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

1.1 Planteamiento del problema

Actualmente vivimos una época de constantes cambios tecnológicos que podemos incorporarlos en educación. De hecho, uno de los avances más sobresalientes es el del uso de software educativo y específicamente en matemáticas, donde hemos podido ser testigo del potencial con el que cuentan la mayoría de las computadoras de escritorio actuales, laptops, tablets y smartphones; hacen un binomio poderoso con el que el ingeniero, matemático, físico o químico puede contar.

La metodología actual en el departamento de Matemáticas en la UNAH – VS ha sido conductista, con el profesor como actor principal, y los estudiantes son actores pasivos del aprendizaje. Variable Compleja es una asignaturas del Departamento de Matemática más difíciles para el estudiante del área fisico-matematico de la UNAH-VS, los índices de deserción y reprobación son altos. Los siguientes datos son recopilados del Departamento de Matemática de la UNAH – VS.

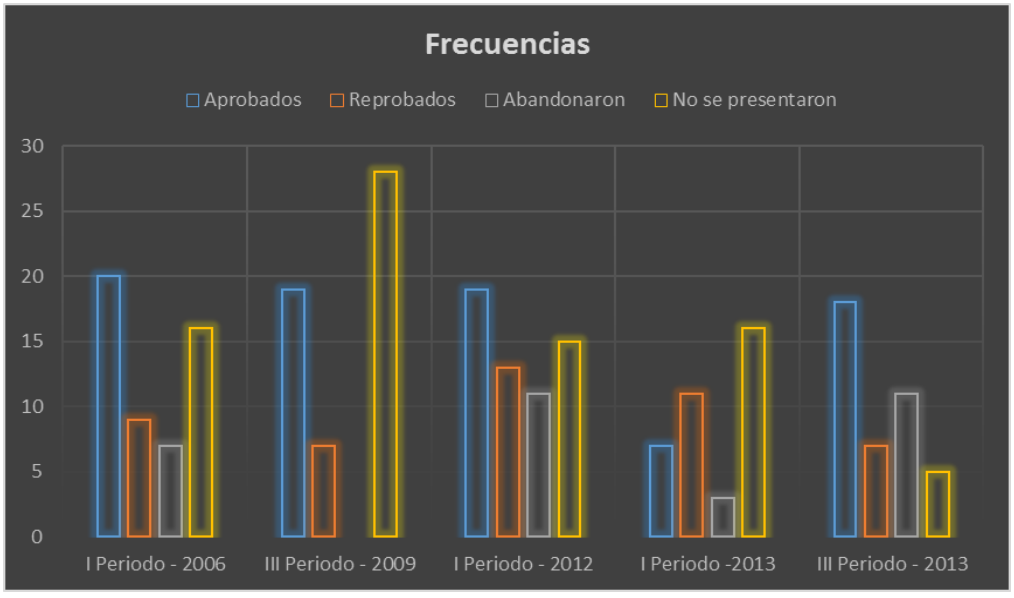


Tabla 1.1: índices de aprobación, reprobación, abandono y no presentarse de Variable Compleja. Fuente: Departamento de Matemática UNAH – VS.

Comenzaremos con datos del año 2006, hasta 2013. Se detallan el año y periodo académico. Además, hay información completa con el total de estudiantes, alumnos reprobados (RPB), los que abandonaron (ABD), los que nunca se presentaron (NSP) y los que aprobaron(APB). Se observan altos grados de deserción.

Debido a ello, se propone un cambio de metodología que incluye el uso de tecnología, los profesores siempre han sido capaces de adaptar las nuevas herramientas tecnológicas para adaptarlas a la institución para la cual laboran (Kilpatrick, 1998). Agrega además que la investigación en el aprendizaje de las matemáticas se preocupa más en el aprendizaje individual que en el colectivo. Por lo planteado, se pretende que el colectivo mejore significativamente el rendimiento académico con respecto a grupos tradicionales donde la enseñanza se centra en la figura del docente. En base a esto, proponemos la siguiente pregunta de investigación.

1.2 Problema de investigación

¿Qué efecto tiene en el rendimiento académico el uso del software Scilab en la enseñanza de la variable compleja en los estudiantes de la Universidad Nacional Autónoma de Honduras en el Valle de Sula?

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

- Analizar el impacto del uso de Scilab en la enseñanza de la asignatura Variable Compleja en el rendimiento de los estudiantes de Ingeniería Eléctrica, Física y Matemática de la UNAH-VS en el primer periodo académico del año 2015.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar los conocimientos previos que tienen los estudiantes matriculados en las dos secciones de Variable Compleja en temas de álgebra, geometría, trigonometría y cálculo.
- Incorporar Scilab como estrategia didáctica en la enseñanza de la asignatura Variable Compleja.
- Evaluar si la integración de Scilab a la enseñanza de la Variable Compleja mejora el rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura.

1.4 Preguntas de investigación

- ¿Cuales son los conocimientos con los que llegan los estudiantes matriculados en la asignatura “Variable Compleja I” en relación con los temas de asignaturas requisito como ser: Matemática I, Geometría y Trigonometría, Cálculo I, Cálculo II y Vectores y Matrices?
- ¿Porque incorporar Scilab como estrategia didáctica en la enseñanza de la asignatura Variable Compleja?
- ¿Usando Scilab la enseñanza de Variable Compleja mejora el rendimiento académico de los estudiantes en la UNAH - VS?

1.5 Justificación

El uso de Scilab en la UNAH VS actualmente es nulo, además es desconocido por gran parte de la población de estudiantes del área físico - matemática y la mayoría de docentes del departamento de Matemática de la institución. Hay que recordar que una de las preocupaciones de las autoridades del Ministerio de Educación y las autoridades de la UNAH (que además es el ente que

dirige la Educación Superior en el país) está en elevar el rendimiento académico de los estudiantes y por supuesto del personal docente.

Dicho cambio debe ser gradual y llevado de la mano de nuevas prácticas pedagógicas por parte de los docentes donde el actor principal del aprendizaje debe ser el estudiante. Se propone en este trabajo la implementación de TICs (software Scilab) a la enseñanza de la Variable Compleja en el salón de clases en la UNAH – VS.

Con respecto al uso de software matemático en el aula de clases, parte de los obstáculos por vencer es la actitud cerrada y negativa de algunos profesores por el uso de este tipo de herramientas (Villadepaz J. R., 1998), en nuestro país es común este tipo de problemas.

La investigación planteada, contribuirá a un cambio de mentalidad tanto del estudiante como del profesor sobre el uso de software dentro y fuera del aula de clases, por otro lado se espera que en fecha posterior a la investigación el uso de Scilab en la UNAH-VS sea de uso más regular por parte del alumnado y docentes en la asignatura de Variable Compleja y porque no, en otras asignaturas como Cálculo I, II y III, Vectores y Matrices, Ecuaciones Diferenciales, Análisis Numérico, Álgebra Lineal Numérica, Sistemas Dinámicos y otras. Otro de los retos de las universidades actuales radican en la incorporación de las TICs, una de sus preocupaciones es cuando llegará, "*llegar vamos a llegar, y vamos a llegar todos, pero el problema posiblemente no sea éste, el problema posiblemente sea si vamos a llegar a tiempo"* (Cabero Almenara, 2003). Con respecto a lo anterior, en la mayoría de las asignaturas que imparte el departamento de Matemática y en algunas carreras de ingenierías, el uso de las TIC's (en este caso de un software especializado) es muy escasa, por ejemplo se utiliza Borland C++ para la enseñanza de la asignatura de Programación I y II y algunas asignaturas de la carrera de matemática de la UNAH – VS.

En la enseñanza de la Variable Compleja se requiere de visualización gráfica y potencia para realizar cálculos complejos en ciertos temas como el de las funciones analíticas, el potencial gráfico de MATLAB[4] hace más ameno aquellas situaciones donde se requieren un "apoyo visual" (Vasquez, y otros, 2002), además que permite hacer cálculos tediosos. Scilab es catalogado como un clon de MATLAB, la ventaja de Scilab es con respecto a MATLAB es que es software libre y gratis.

En otros países la integración de las TIC's se hace desde hace muchos años, por ejemplo, algunas de las ventajas del uso de software en el aula de clases según los profesores españoles, como indica (Ferro, Martinez, & Otero, 2009) son:

- Elimina las barreras espacio - temporales, es decir, se produce en un espacio virtual y a cualquier hora.
- Son procesos formativos abiertos y flexibles. Dentro de las posibilidades educativas, se pueden elegir cursos y propuestas de formación profesional por centros educativos que no necesariamente están cerca del estudiante.
- Mejora la comunicación entre los distintos agentes del proceso enseñanza – aprendizaje. Para el logro de objetivos, la comunicación entre docentes-alumnos o alumno - alumno se da de manera síncrona como asíncrona, el chat o los foros son herramientas esenciales.
- Enseñanza más personalizada. Este apartado se refiere a que los estudiantes una elección sobre cuando, donde y como estudiar, pueden elegir varios caminos que se adapten a las necesidades de cada quien.
- Acceso rápido a la información**.** Se puede utilizar la información más reciente, dada la gran gama de fuentes de información actuales y a las investigaciones más recientes en todas las ramas de las ciencias.

[4] Son las iniciales de Matrix Laboratory o Laboratorio de Matrices, es un lenguaje de alto nivel y un entorno interactivo para computación numérica, visualización (2D y 3D) y programación en lenguaje m.

- Posibilidad de interactuar con la información. El proceso deja de ser estático, de recepción y memorización a ser dinámico, pasando a la adaptación, recepción y análisis de la información obtenida de la red.
- Eleva el interés y motivación de los estudiantes**.** Causa en los estudiantes motivación y capta su atención, convirtiéndolos en uno de los motores del aprendizaje ya que incita a la actividad y al pensamiento crítico.
- Mejora la eficacia educativa**.** Al disponer de estas herramientas, se pueden desarrollar nuevas metodologías didácticas con el fin de hacer más eficiente el proceso enseñanza - aprendizaje. Ofrece también una mayor facilidad de habilidades de expresión escrita, gráfica y audiovisual.
- Permite que el docente disponga de más tiempo para otras tareas**.** Permite al profesor de disponer de más tiempo a estimular el desarrollo de habilidades cognitivas a estudiantes de educación superior. También, facilitan la actualización profesional del profesorado, mediante cursos en línea sin necesidad de moverse[5].
- Disponer de más actividades complementarias de apoyo de aprendizaje. De este punto, se tiene actualmente de muchos recursos como ser: entornos de aprendizaje variados, materiales didacticos digitales.

Ante estos últimos cuatro puntos, parte de los objetivos que se pretenden lograr de parte del estudiantado son la motivación, la atención, la búsqueda de recursos de aprendizaje automotivado al logro de objetivos, en resumen a hacer más efectivo el proceso enseñanza aprendizaje. Por otro lado, de los beneficios del software libre radican en los siguientes puntos: la ventaja económica, aunque la mayoria de software libre es gratis, esto no siempre es cierto, Scilab posee dicha dualidad; la ventaja legal, es libre de usar en docencia, podemos los docentes distribuir legalmente el software a nuestros alumnos; ventajas científicas, podemos ver, modificar un código de otro programador de manera sistemática; dentro de las

[5] Un ejemplo de cursos en línea para todas las ramas de las ciencias las puede encontrar en *https://www.coursera.org/*

ventajas formativas, es decir, cuando se enseña a estudiantes, que con características de ciertos programas, se corre el riesgo con el paso del tiempo, los conocimientos se queden obsoletos; y dentro de las ventajas filosóficas, se fomentan en el aula valores como la libertad, conocimiento compartido, solidaridad y el respeto a la ley (Bayón, Grau, Otero, Ruiz, & Suárez, 2011).

Uno de los inconvenientes de usar determinada TIC radica en el costo que tienen algunas de las herramientas, lo que imposibilita la compra del sofrware a los alumnos, profesores e instituciones, Scilab es software libre y además es gratuito, una ventaja si se consideran los altos costos de licencia de paquetes como ser MATLAB. Los resultados de este estudio intentarán ayudar no solamente a los estudiantes a aumentar su rendimiento académico y mejorar las bases para su futuro aprendizaje, sino a la misma universidad en la que ayudaran minimizar los costos que representan para la UNAH los estudiantes que reprueban o desertan de una asignatura.

Además de claras ventajas del uso de la TICs en el aula y fuera de ella, podemos mencionar algunas desventajas. En nuestro país el acceso a las TICs es uno de los principales obstáculos, debido al costo de las computadoras o acceso al internet principalmente en áreas rurales.

Sin embargo, cuando se tiene acceso a las TICs, las principales desventajas en el uso, son: la distracción a la que se somete el estudiante, ya que al no consultar las páginas web que se requiere, se puede perder el enfoque por lo que se necesita disciplina; también, el tiempo en la búsqueda de información le puede llevar a buscar una gran cantidad de fuentes y cuando el tiempo es limitado, entonces se necesita optimizarlo; la fiabilidad de la información que se encuentra en internet se pone en duda por lo que se le necesita enseñar al estudiante donde se puede encontrar información realmente confiable; la parcialidad, a veces, ocurrirá que podemos conocer con rapidez una definición de algún concepto, sin embargo, la búsqueda puede llevarnos a confusión, por tanto, a pensar que la realidad que encontramos

es la línea a seguir; y por último, el alumno que hace uso de TICs puede aislarse de su entorno por lo que se debe educar y enseñar a los alumnos la importancia de la utilización de las TICs como aprendizaje y sociabilidad con las personas que lo rodean (Cobos, 2009).

Según Palomar (2009) desde el punto de vista del profesorado, los incovenientes en el uso de TICs en docencia están:

- Puede generar estrés en los profesores debido a que no dispone de los conocimientos adecuados para enseñar con TICs.
- El estudiantado puede centrarse en la tarea que se plantea, y puede buscar estrategias para cumplir con el mínimo esfuerzo para realizarlas, de modo que los alumnos se centran en tratar de resolver los problemas desarrollando estrategias que no están relacionadas con el problema planteado pero sirven para lograr el objetivo.
- El uso de software didáctico podría provocar desfases en cuanto a la programación de la asignatura de modo que se difiere en la forma de profundizar los contenidos.
- A veces, el alumnado de manera involuntaria, desconfiguran las computadoras o lo contaminan con virus, de manera que pueden retrasar las actividades propuestas.
- Debido a que el software está en constante evolución, se requiere de equipos que se adapten a estos nuevos programas y exige a los/las docentes una continua y constante renovación de manera que no se queden obsoletos ante la exposición de nuevas tecnologias.
- Se le exige al docente un mayor tiempo en la dedicación, por ejemplo: tutorias virtuales, cursos de alfabetización, búsqueda de información en internet y otras nuevas tecnologías.
- Las actividades proyectadas en un ordenador, cualquier problema que se pueda tener con ellos impide el desarrollo normal, cuestión que incide en que una sesión no se puede llevar a cabo.

Debido los inconvenientes que se pueden tener con el uso de software y desde luego en las computadoras, actualmente y en el futuro se necesita de docentes que estén en constante evolución y capacitación para adaptarse rápidamente a los cambios, incluso a que sepan resolver problemas técnicos de las computadores y programas que estén utilizando, además de ser un tutor que pueda llevar al alumnado a sacar el mayor provecho de éstas herramientas.

1.6 Delimitación del problema de investigación.

Para esta investigación se tienen en cuenta los siguientes aspectos en cuanto a la delimitación del problema de estudio.

- Delimitación espacial: Esta investigación fue puesta en marcha en el cámpus de la Universidad Nacional Autónoma de Honduras en el Valle de Sula en la ciudad de San Pedro Sula. Las sesiones con los estudiantes haciendo uso del software Scilab fueron impartidos en el centro de Cómputo "Actuario Arturo Suazo Morel" de dicha institución que cuenta con cerca de 40 computadoras que tienen a disposición el software. Históricamente ese centro es usado por las distintas carreras de la UNAH – VS como ser: algunas ingenierías, Medicina, informática administrativa, Matemática y otras. Actualmente tienen acceso gratis los estudiantes activos de la institución.
- Delimitación cronológica: éste trabajo se realizó entre los meses de enero y abril del año 2015.
- Delimitación conceptual: Se aplicó el experimento en los temas específicos de funciones analíticas y elementales, temas centrales de la variable compleja.
- Delimitación social: Se usó software Scilab, que no tiene costo alguno, en un momento donde el uso de la tecnología es de vital importancia en la vida del profesional actual.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Generalidades de la variable compleja

Es común, en la Ciencia Matemática, introducir objetos matemáticos[6]. En la escuela nos enseñan en primera instancia, los Números Naturales o de contar $\mathbb{N}$, luego los números enteros $\mathbb{Z}$, después los números racionales $\mathbb{Q}$ e irracionales y por último los números reales $\mathbb{R}$ de los cuales los anteriores conjuntos de números son subconjuntos de éste. En secundaria, aprendemos a resolver ecuaciones y en especial en el tema de ecuaciones cuadráticas, se presentan las primeras "contradicciones" en sus soluciones.

Por ejemplo, tenemos la ecuación $x^2 = -1$, donde x es un número real. En palabras, la igualdad dice que debemos encontrar un número real "x" tal que al elevarlo al cuadrado nos dé como respuesta -1. La respuesta es no, no existe tal número real. Con éste problema se introduce un nuevo número, el número *i.*

Aceptemos[7] $i^2 = -1$ ó $i = \sqrt{-1}$ y con ello, también, un nuevo conjunto de números: el conjunto de los Números Complejos $\mathbb{C}$. Podemos definir entonces que todo número complejo, digamos *z*, podemos escribirlo como *z=x+iy,* donde *x, y* son números reales. Definamos entonces la parte real de z y la parte imaginaria de z, que denotaremos por *Re(z) = x* e *Im(z) = y* respectivamente. De este modo, los números reales son un subconjunto de los números complejos.

Ahora, podemos introducir las definiciones de suma y multiplicación de números complejos. Muchas de las propiedades de los números reales se extienden a los números complejos. Se define $z_1 = x_1 + iy_1$ y $z_2 = x_2 + iy_2$ (Churchill & Ward Brown, 2009) .

[6] Con palabra objeto se quiere designar los elementos que se emplean en matemática. Como ejemplos, hay objetos aritméticos, geométricos, de cálculo, estadísticos, etc.

[7] Como veremos en el capítulo 2.2, se aceptó después de varios siglos de dudas.

La suma está definida: $z_1 + z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$ y la multiplicación: $z_1 z_2 = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = x_1 x_2 + ix_1 y_2 + ix_2 y_1 + \mathrm{i}^2 \mathrm{y}_1 \mathrm{y}_2$ pero recordemos que $i^2 = -1$, entonces $z_1 z_2 = x_1 x_2 - \mathrm{y}_1 \mathrm{y}_2 + i(x_1 y_2 + x_2 y_1)$. Para poder completar esos resultados, necesitamos de las propiedades asociativa, distributivas de los números reales.

Según (Rudin, 1980) las anteriores definiciones vuelven al Conjunto de los Números Complejos $\mathbb{C}$ un Campo[8]. El siguiente teorema nos brinda las propiedades generales de los números complejos.

Teorema: El Conjunto de los Números Complejos $\mathbb{C}$ con las operaciones suma y multiplicación por un escalar real o complejo forman un campo. Los primeros cinco axiomas son para la suma y los restantes para la multiplicación.

1. Cerradura: Sean, z_1 y z_2 números complejos, entonces $z_1 + z_2$ también es un número complejo.
2. La adición es conmutativa: $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$ para todo z_1 y z_2 números complejos.
3. La adición es asociativa: $(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$ para todo z_1, z_2 y $z_3 \in \mathbb{C}$.
4. El conjuntos de los números complejos contiene un elemento neutro 0 tal que $z_1 + 0 = 0 + z_1 = z_1$ para cada $z_1 \in \mathbb{C}$.
5. A cada $z_1 \in \mathbb{C}$ le corresponde un $-z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $z_1 + (-z_1) = 0$.
6. Si $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, entonces su producto también, es decir, $z_1 z_2 \in \mathbb{C}$.

[8] En álgebra abstracta un campo(o cuerpo) es una estructura algebraica en la cual las operaciones de adición y multiplicación se pueden realizar y cumplen las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva, además existe un inverso aditivo y de un inverso de multiplicación, los cuales permiten efectuar la operaciones de resta y división (excepto la división por cero) familiares en los números reales o en vectores.

7. La multiplicación es conmutativa, $z_1 z_2 = z_2 z_1$ para todo $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.
8. La multiplicación es asociativa: $(z_1 z_2) z_3 = z_1 (z_2 z_3)$ para todo z_1, z_2 y $z_3 \in \mathbb{C}$.
9. $\mathbb{C}$ contiene un elemento unidad, 1, tal que $1 z_1 = z_1$ para cada $z_1 \in \mathbb{C}$.
10. Si $z_1 \in \mathbb{C}$, entonces existe un elemento $1/z_1 \in \mathbb{C}$ tal que $z_1 (1/z_1) = 1$
11. Se cumple la propiedad distributiva: $z_1 (z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3$, para todo z_1, z_2 y $z_3 \in \mathbb{C}$.

La demostración la puede encontrar en el libro "*Principios de análisis Matemático*" de Walter Rudin citado anteriormente.

La mayoría de las propiedades de los números reales se "heredan" a los números complejos, sin embargo, no es posible ordenar los números complejos, es decir, las relaciones de orden como ser $x < y$ o $x > y$ no existen. Como indica Apostol (1993), un número complejo nunca es menor o mayor que otro número complejo.

Por otro lado, recordemos que los números reales los podemos representar en una recta numérica, en contra parte los números complejos se representan en un plano, como el plano cartesiano, llamado también plano de Argand[9]. La representación geométrica facilita la visualización de muchos conceptos como ser: argumento o ángulo de un número, conjugado de números complejos, módulo (también llamado longitud, norma de un número complejo), el desarrollo de la forma polar que se ayuda de las coordenadas polares, transformaciones, funciones analíticas, las ecuaciones de Cauchy – Riemann en coordenadas cartesianas y polares. Además de funciones elementales como la función exponencial complejo, logaritmo natural complejo, funciones trigonométricas e hiperbólicas,

[9] Jean Robert Argand (1768 – 1822) era un matemático aficionado y contador francés que representó los números complejos en un plano en 1806 de forma independiente de Carl Gauss (1777 – 1855) en su tesis "*Disquisitiones arithmetica"* de 1799. Ver más en: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Argand.html

trigonométricas e hiperbólicas inversas, todas en variable compleja. También algunos conceptos y aplicaciones, por ejemplo la integral compleja y el desarrollo de series y sucesiones de variable compleja.

2.2 Historia de la Variable Compleja.

La historia de la Variable Compleja está directamente ligada al desarrollo del álgebra y la resolución de ecuaciones lineales, cuadráticas y cúbicas.

Las primeras referencias de raíces cuadradas de números negativas se encuentran en las obras de la antigüedad que se produjeron con el desarrollo de la solución de ecuaciones. Por ejemplo, Herón de Alejandría[10] (aproximadamente siglo I D.C) en su obra "Stereometría" escribe la operación $\sqrt{81-144} = \sqrt{-63}$ aunque es tomada como $\sqrt{144-81} = \sqrt{63}$ no sabiendo si es un error al transcribirlo (Nahin, 1998). Dos siglos más tarde, Diophantus (aprox 200 – 284) en su obra "Arithmetica" plantea calcular la longitud de los lados de un triángulo rectángulo de perímetro 12 y área 7, él plantea la ecuación $172x = 336x^2 + 24$, la cual tiene raíces complejas. También, en su obra, Diophantus plantea la ecuación $4x + 20 = 4$, que tiene como raíz $x = -4$, la cual cataloga de "absurda" o "imposible", claramente, en esos siglos la noción de números negativos eran ficticias y esto, obviamente se trasladaba al cálculo de raíces pares de números negativos, et. al (Nahin, 1998). Alrededor de seis siglos después, Mahaviracharya o Mahavira[11] (801 – 850) escribe sobre los números negativos: *"como en la naturaleza de las cosas una cantidad negativa no es un cuadrado, por tanto no puede tener raíz cuadrada"*, como veremos, cerca de

[10] Fue un matemático y físico griego considerado uno de los más grandes de la antigüedad.

[11] Fue un matemático hindú que tuvo significantes contribuciones al álgebra. Ver más en: http://www.britannica.com/EBchecked/topic/853508/Mahavira.

900 años después se acepta lo que los antiguos matemáticos y de la Edad Media rechazaban.

Es hasta que, en la Italia renacentista del siglo XVI, específicamente en la Universidad de Bologna, el matemático Niccolo Fontana (1499 – 1557) conocido también como Tartaglia (por ser tartamudo) ganó una competencia en 1535 al demostrar una fórmula algebraica para resolver ecuaciones cúbicas, cuestión que, hasta ese momento llegaba a ser visto algo como imposible debido a que se requeria una compresión de las raíces cuadradas de números negativos (Mastin, 2010). Años después, entra en escena Girolamo Cardano (1501 – 1576). Cardano y Tartaglia que se conocían, y el segundo le comparte a Cardano su descubrimiento y sin el consentimiento de Tartaglia lo publica en su obra "*Ars Magna*" publicada en 1545 et. al (Mastin, 2010). Se considera la ecuación de tercer grado

$$x^3 = px + q \quad \text{donde, } p,\ q \text{ números reales}$$

Ésta solución sugiere la raíz cuadrada de la expresión que puede ser negativa (Luzardo & Peña P., 2006). Específicamente, las soluciones de las ecuaciones están dadas por:

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Las expresiones dentro de las raíces cuadradas pueden ser negativas, por ejemplo, si *p=15, q=4,* entonces $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$.

No obstante, aproximadamente tres décadas después de publicada "*Ars Magna*", Rafael Bombelli (1526 – 1572) manipuló éstos "números" para darle "sentido" a lo planteado por Cardano (Kleiner, 1988) . Podemos concluir que fue la ecuación cuadrática y cúbica quien llevó al desarrollo de la variable compleja.

Ya en el siglo XVII, René Descartes (1596-1650) sugirió el término "imaginarios" para éstos números que eran definidos como raíces de números

negativos. Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716) quiso llamarles “anfibios” pero se impuso el nombre de imaginarios (Antuña, 2012).

En 1702, Jean y Jacques Bernoulli[12] redescubrieron las series para $\sin(n\theta)$ y $\cos(n\theta)$ en términos de $\sin(\theta)$ y $\cos(\theta)$. Jean estaba consciente de la relación entre las funciones trigonométricas inversas y los logaritmos imaginarios, descubriendo, mediante ecuaciones diferenciales en 1702, la igualdad (Boyer, 1968)

$$\tan^{-1}(z) = \frac{1}{i}\ln\sqrt{\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right)}$$

Luego, en 1707, Abraham De Moivre (1667 – 1754), escribía en su artículo *Philosophical Transactions:*

$$\tfrac{1}{2}(\sin(n\theta)+\sqrt{-1}\cos(n\theta))^{1/n}+\tfrac{1}{2}(\sin(n\theta)-\sqrt{-1}\cos(n\theta))^{1/n}=\sin(n\theta)$$

Y en su obra *Miscellanea analytica* de 1730, él expresaba su fórmula conocida:

$$(\cos\theta \pm i\sin\theta)^{1/n} = \cos\left(\frac{2K\pi \pm \theta}{n}\right) \pm i\sin\left(\frac{2K\pi \pm \theta}{n}\right)$$ donde k = 0, 1,…, n-1, n es natural.

Sin duda, éstos son resultados importantes en el desarrollo de la variable compleja de inicios del siglo XVIII, aunque fue Leonahrd Euler (1707 – 1783) el primero en usar la notación *i* para representar $\sqrt{-1}$ en el ocaso de su vida, hasta en 1777. Presumiblemente, Euler tenía en mente las funciones algebraicas y las funciones elementales, la función seno y coseno, por ejemplo, escribió en su obra

[12] La familia Bernoulli es una familia de matemáticos y físicos suizos procedentes de la ciudad de Basilea, con mucha influencia en el mundo científico en los siglos XVII y XVIII.

Introductio de 1748 las llamadas “identidades de Euler”, relaciones que tienen base en los resultados de De Moivre.

$$\sin(x) = \frac{e^{\sqrt{-1}x} - e^{-\sqrt{-1}x}}{2\sqrt{-1}} \text{ y } \cos(x) = \frac{e^{\sqrt{-1}x} + e^{-\sqrt{-1}x}}{2}$$

La representación geométrica de los números complejos fue descubierta alrededor de 1797 por Casper Wessel (1745 - 1818) y publicado en 1798, sin embargo pasó inadvertido y el reconocimiento se le da a Carl Gauss (1777 – 1855) y Argand. En su tesis doctoral *Disquisitiones arithmeticae* provó que toda ecuación polinomial *f(x)=0* tiene al menos una raíz, con coeficientes reales o imaginarios[13]. Resolvió la ecuación $z^2 - 4i = 0$ gráficamente. Reemplazó *z* por *a+ib* y separó las partes reales e imaginarias, de manera que $a^2 - b^2 = 0$ y $ab - 2 = 0$, de manera que se interpreta los números *a* y *b* cantidades que se pueden representar en el plano (Boyer, 1968). Sin embargo, Argand publicó su interpretación geométrica en 1806, y junto con Gauss se les reconoce por representarlos geométricamente.

Para 1814, Cauchy (1789 – 1857) demostraba las ecuaciones de Cauchy – Riemann, consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales (que aparecián en trabajos de D’Alembert casi 60 años antes), donde Cauchy las usó para construir su teoría de funciones y que Riemann le dio aplicaciones a esas ecuaciones (Wunch, 1997).

En 1823, Cauchy publica un artículo llamado *Observations generales et additions* donde trata temas como la integración de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes. En ese documento, ilustra, por ejemplo, el método usado por Poisson (1781 – 1840) para calcular la integral $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x}$, claramente notemos la discontinuidad en 0. Sin embargo, Cauchy, hizo la sustitución

[13] El resultado es conocido como el Teorema fundamental del álgebra.

$x = -(\cos z + i \sin z)$, desde z = 0 hasta $z = (2n+1)\pi$. Después del cambio de variables, tenemos:

$$dx = -i(\cos z + i \sin z)dz \text{ y entonces } \int_{-1}^{1} \frac{dx}{x} = \int_{0}^{(2n+1)\pi} idz = i(2n+1)\pi .$$

La idea de la que posteriormente se llamaría formula integral de Cauchy había nacido y así sus demás ideas rigurosas de integración. Pretendía hacer una conexión entre las integrales reales y complejas, estableció una teoría sistemática de integración (Bottazini, 1986). Cauchy a sus veinticinco años ya había publicado cerca de 200 artículos en el campo de la integración (Neuenschwander, 1981). De sus trabajos, uno de los que sobresalió *Mémoire sur les intégrales définies, prises entre des limites imaginaires* de 1825, le dio significado a la integral definida entre límites complejos y nos planteó la fórmula integral de Cauchy:

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi} \int_c \frac{f(z)dz}{z - z_0}$$

La fórmula integral de Cauchy sirve para calcular ciertas integrales sobre caminos cerrados simples. Entre 1831 y 1833 en su artículo *calcul des limites* trata por primera vez la expansión en serie de potencias de una función analítica y las fórmulas integrales de Cauchy para derivadas.

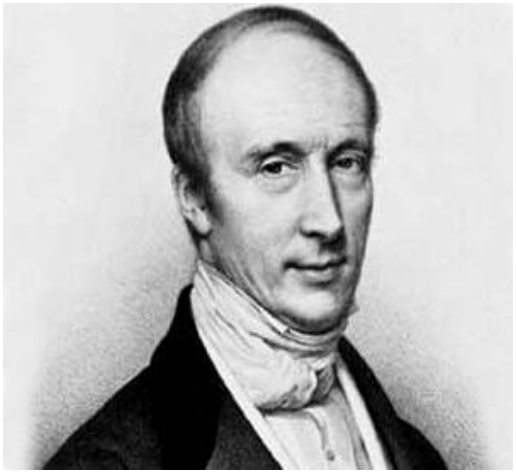


Figura 2.1: Augustin Cauchy. Fuente: http://www.thefamouspeople.com

En 1833, William Rowan Hamilton (1805-1865) da una definición algebraica rigurosa de los complejos como parejas de números reales. Bernhard Riemann (1826 – 1866), alemán y alumno de Gauss, procede como Cauchy de las ecuaciones de Cauchy - Riemann para su definición de función analítica, *f(x+iy)=u+iv.* Establece que u y v son funciones reales y que existe un mapeo conforme del plano x - y al plano u - v a través de la función f analítica. Discute en sus disertación de 1851 *Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Gross,* las condiciones mínimas suficientes para la determinación de una función analítica, que lo llevó a la formulación del teorema de Riemann y con ese enfoque lo lleva a construir las superficies de Riemann. Durante su estadía en Berlín entre 1847 y 1849, Riemann fue influenciado por P.G Lejeune Dirichlet (1805 – 1859), G. Eisestein (1823 – 1852) y J. Jacobi (1804 – 1859). Riemann, asistió a conferencias de Dirichlet, algunas sobre la teoría de integrales definidas y en ecuaciones en derivadas parciales, así como las conferencias de Eisestein y Jacobi sobre integrales elípticas.

Además de Cauchy y Riemann, Karl Weierstrass (1815 – 1897), es considerado el tercero de los tres fundadores de la teoría de funciones. Mientras fue estudiante, escribió tres artículos pero solo el primero fue publicado hasta 1894. Se encuentra en dicho documento escrito en 1841 la prueba del teorema de Laurent para el desarrollo de la serie[14], independiente de Cauchy y antes que el mismo Pierre Laurent (1815 – 1854) que la publicó en 1843. También, se le reconoce la definición de función analítica por medio de serie de potencias y el principio de continuación analítica.

Hoy en día, el análisis complejo es una teoría muy desarrollada que sin el aporte de matemáticos como Cardano, Leibnitz, De Moivre, Euler, D'Alembert, Gauss, Riemann, Cauchy, Weierstrass y otros no se pudo lograr. Actualmente, el análisis complejo tiene importante presencia en áreas diversas de la matemática

[14] La serie de Laurent de una función compleja f(z) es la representación de la misma función en la forma de una serie de potencias, la cual también incluye términos negativos.

como álgebra, geometría, análisis, teoría de números, así como aplicaciones importantes en física y las diferentes ramas de las ingenierías.

2.3 Algunas aplicaciones de la Variable Compleja en Matemática, Física e Ingeniería.

Uno de los mayores logros de las matemáticas en el siglo XIX sin duda fue la teoría de funciones de variable compleja. Su presentación y variedad de aplicaciones actualmente es vasta. La variable compleja no solo tiene implicaciones importantes en la matemática pura y aplicada, sino, en las distintas ingenierías.

De las primeras aplicaciones, en la teoría de estabilidad[15], que es estudiada por físicos e ingenieros, conduce a inevitables funciones que varían en el tiempo, funciones de la forma $e^{(\alpha+i\varpi)t}$ donde α y ω son números reales (Vretblad, 2003) que fueron planteadas por James Maxwell (quien se interesó por los problemas de estabilidad mientras estudiaba la dinámica de los anillos de Saturno a mediados de 1850) en 1868 (Nahin, 1998).

También, podemos expresar una función f*(t)* en términos de una suma, $f(\mathrm{t}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{\mathrm{int}}$ con coeficientes c_n complejos. Este resultado da origen a las series de Fourier que tiene importantes aplicaciones en el procesamiento de señales[16]. En las telecomunicaciones, la transformada de Fourier se utiliza para transformar señales en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia mediante la ecuación $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$.

[15] Estudia la estabilidad de las soluciones de ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos, es decir, como difieren las soluciones bajo pequeñas perturbaciones en las condiciones iniciales.

[16] Es el procesamiento, amplificación e interpretación de señales. Las aplicaciones son muy amplias, desde la telefonía digital y análoga, hasta algoritmos complejos de codificación de audio y video en alta definición.

Una de las aplicaciones en óptica se da en un telescopio. Las imágenes se afectan por franjas de interferencias que aparecen cuando los rayos incidentes se transmiten y reflejan en una superficie de vidrio y los espacios del telescopio que tienen aire. El modelo de perturbación óptica es: $E_{T_0} = s^2 A \cdot \mathrm{Re}(e^{i\omega t})$, donde A es la amplitud inicial del rayo (Derrick, 1987).

En ingeniería mecánica, los números complejos se aplican para la síntesis analítica de mecanismos. Los mecanismos tienen eslabones y nodos, a partir de ellos se elaboran ecuaciones vectoriales, vectores que se pueden representar mediante números complejos en su forma polar $z = re^{i(\alpha t)}$ donde r es la longitud del eslabón y α es el ángulo inicial del mismo. A partir de estos análisis vectoriales podemos encontrar ecuaciones para la posición, velocidad y aceleración (Norton, 2005).

En el estudio de los Sistemas Dinámicos, mediante los eigenvalores[17] nos permiten saber el tipo de estabilidad de un punto crítico del sistema de ecuaciones lineales autónomos. Los eigenvalores pueden ser reales o complejos (Hirsch, Smale, & Devaney, 2013).

Otra de las aplicaciones de la variable compleja se da en la geometría fractal[18] . El conjunto de Julia es un claro ejemplo de un fractal unidimensional, generado mediante el mapeo complejo cuadrático, dado por la ecuación iterativa $z_{n+1} = z_n^{\,2} + c$ donde z_n y *c* son números complejos y *n* es un número natural (Lynch, 2014). Con el desarrollo de las computadoras es muy fácil generar estos fractales en una escala apropiada y con imágenes a color; SCILAB y MATLAB son software

[17] Eigen del alemán que significa propio, es un número λ real o complejo de una matriz A de n x n si existe un vector **v** no nulo llamado eigenvector de componentes reales o complejas tal que A **v** = λ **v**

[18] Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o irregular, se repite a diferentes escalas. El término lo propuso Benoit Mandelbrot en 1975 y deriva del latín fractus, que significa quebrado o fracturado.

en los que se pueden elaborar sin mucha dificultad, solo con unas pocas líneas de programación.

En ingeniería eléctrica, la impedancia z (que es una medida de resistencia a la corriente cuando se le aplica una tensión eléctrica o voltaje) (Chapman, 2000) que se extiende a circuitos de corriente alterna, la podemos representar mediante $z = r + j\,x$ [19], donde r es la parte resistiva de la impedancia y x es la parte reactiva o parte imaginaria de la impedancia.

Por último, las aplicaciones de teoría residuos, entre ellas están la resolución de integrales definidas propias e impropias que aparecen en el Cálculo de variable real extendido a la matemática aplicada (Churchill & Ward Brown, 2009).

2.4 Las TICs en educación e innovación tecnológica.

En los últimos años, el desarrollo que han alcanzado las TICs (Tecnologías de la Información Comunicación) demanda al sistema educacional una actualización en las prácticas y contenidos de acorde a la nueva sociedad de la información (UNESCO, 2013). Desde luego que el sistema educativo nacional en primaria, media y las distintas universidades del país no tienen que estar ausentes de esa actualización que trae consigo a la incorporación de diferentes herramientas que faciliten el aprendizaje en las aulas de clases en las distintas disciplinas ya sea en ciencias sociales y naturales. Ésta actualización, exige a los docentes tener las competencias necesarias para poder transmitir los conocimientos a los discentes de todas las edades, lo que implica que las instituciones encargadas la educación en el país tienen la necesidad de asegurar la capacitación a los docentes y de tener la

[19] En ingeniería eléctrica se usa j en lugar de i que sirve para representar la corriente en un circuito eléctrico.

infraestructura necesaria para dicho fin. Según Morrissey (2006) para poder integrar satisfactoriamente las TICs en las escuelas se necesita:

- Proveer de recursos suficientes de TICs confiables, de fácil acceso y disponible cuando se necesite, tanto para los docentes y estudiantes.
- Las TICs deben estar incluidas en el proceso del desarrollo de currículo.
- El uso de TICs debe reflejarse en la forma en que los alumnos son examinados y evaluados. Las TICs son excelentes recursos para evaluar los aprendizajes.
- Acceso a desarrollo profesional basado en TICs para los docentes.
- Fuerte apoyo para directivos y coordinares de TICs para dominar su uso y facilitar el aprendizaje entre pares y el intercambio de recursos.
- Suficientes recursos digitales de alta calidad, materiales de enseñanza y ejemplos de buenas prácticas para involucrar a los estudiantes y apoyar a los profesores.

En muchos casos, la implementación de las diferentes TICs queda a criterio del docente de la asignatura sin que se integre de manera uniforme y obligatoria teniendo los mismos resultados previos a la inversión. La UNAH es una universidad tradicional y como indica Salinas (2002) éste tipo de instituciones se enfrentan a dificultades asociadas a la capacidad de flexibilización de sus estructuras, sin embargo, en el último año se ha estado capacitando docentes en TICs.

En Educación Superior, los cambios para el uso adecuado de las TICs en el aula de clases, como sugiere Salinas (2004) es necesario de cuatro manifestaciones a los cambios en las instituciones de educación superior, todas ellas interrelacionadas:

- Cambios en el rol del profesor: Se acepta que el rol del docente universitario cambia de ser el centro de transmisión del conocimiento a los estudiantes, a ser mediador en la construcción del conocimiento de estos (Salinas, Tecnología EDU, 1999). El docente pasa a ser guía de los alumnos,

facilitando los recursos y herramientas necesarias para explorar y elaborar nuevas destrezas y conocimientos. Pasa a acentuar su rol de orientador.

- Cambios en la tarea del estudiante: Hasta el momento, el rol de alumno ha consistido en acumular la mayor cantidad de información posible pero actualmente los contenidos cambian a gran velocidad. Se requiere de nuevas acciones relacionadas con el uso, selección, utilización y organización de manera adecuada destinadas a que el discente se forme como un ciudadano maduro de la sociedad de la información y se adapte al mundo profesional que está en permanente cambio.
- Cambios metodológicos: Según Mason (1991) las tecnologías no se inventan, sino que la utilización de TIC en educación abre nuevas perspectivas a una mejor enseñanza, apoyada por entornos en línea cuyas estrategias son prácticas en la enseñanza tradicional, pero que ahora son adaptadas y redescubiertas en formato virtual. Así, la incorporación de TICs viene delimitada al tipo de institución (presencial o distancia, tipo de metodología que ofrece: b-learning[20] o e-learning[21] o los espacios físicos que dispone); del diseño de la enseñanza (metodología, estrategias, rol del alumno, materiales y recursos para el aprendizaje, forma de evaluar); de aspectos del alumno y con el aprendizaje (motivación, recursos y equipamiento disponibles, necesidades de formación)
- Implicaciones institucionales: Las instituciones educativas deben involucrarse en los procesos de innovación docente apoyada en TICs presionadas por el impacto de la era de la información.

[20] B – learning o blended learning o aprendizaje mixto, es aprendizaje facilitado a través de la combinación eficiente de diferentes métodos de impartición, modelos de enseñanza y estilos de aprendizaje, basado en el uso permanente de TICs y tutorias presenciales.

[21] E – learning (electronic learning) es el aprendizaje a través de internet, permite la interacción del alumno con los materiales y recursos que están a disposición en una plataforma virtual de aprendizaje como MOODLE, Blackboard o propias de la institución. El uso de TICs es obligatorio en ésta modalidad de aprendizaje.

Actualmente, las TICs más usadas en las distintas universidades privadas y públicas del país incluyen el uso de plataformas tecnológicas como MOODLE[22] o Blackboard donde los estudiantes y docentes interactúan de forma asíncrona. Los estudiantes tienen acceso a los recursos seleccionados por el docente que diseña la asignatura, además, el alumno puede realizar diferentes actividades como ser: cuestionarios en línea, tareas diversas, chat con los compañeros y tutor, foros, etc. También, muchas universidades tienen bibliotecas virtuales con vastos recursos como ser libros y artículos académicos disponibles en cualquier instante.

Con el permanente desarrollo de las TICs, y en educación, los docentes tienen que tener la capacidad de adaptarse rápidamente al uso y adaptarlas al salón de clases, sin embargo, para Majo (2005), no solamente se tiene que seguir enseñando asignaturas a través de las nuevas tecnologías, sino, producir un cambio en el entorno, es decir, como la escuela pretende preparar a la gente en ese entorno, si el entorno cambia, entonces la actividad propia de la escuela tiene que cambiar.

Muchas tecnologías que no han sido explotadas en las instituciones de todos los niveles, por ejemplo, el m-learning (aprendizaje a través de dispositivos móviles como ser smartphones, tablets o phablets), que pueden contribuir a mejorar la experiencia en el aprendizaje.

2.5 Software en Educación.

El uso del software se ha ido incorporando sin pausa en las tareas diarias de la vida profesional y personal en nuestra sociedad. En las instituciones educativas de todos los niveles no es la excepción. Actualmente, el uso de computadoras, tabletas electrónicas y Smartphone ha permitido el desarrollo de múltiples aplicaciones para diferentes plataformas como Linux, Windows o Mac (para

[22] Es una aplicación web, usada para la gestión de cursos semipresenciales y virtuales, ayuda a los educadores a crear comunidades de aprendizaje en línea.

computadoras personales), Android[23] e IOS[24] (para dispositivos móviles) y con ello, el de las aplicaciones educativas que tiene como resultado una gran diversidad y gran competencia.

El software educativo es definido por Marques (1999) como los programas que han sido elaborados con el fin del uso didáctico, con el objetivo de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Para Velásquez (1998) es el producto tecnológico diseñado para apoyar los diferentes procesos educativos con el fin de alcanzar diferentes propósitos. También el software educativo tiene la particularidad de propiciar la creación de un contexto para la transmisión y construcción del conocimiento (Peñalbo, 2002). En todos los casos, el denominador en común es alcanzar los objetivos plantados según sea el nivel educativo.

Los programas educativos pueden utilizarse para apoyar y ampliar las experiencias de aprendizaje dentro del enfoque de las diferentes en la educación (Squires & McDougall , 2001). Y es que la utilización del software educativo se ha vuelto una necesidad para el apoyo que pueden tener los estudiantes en las diferentes áreas del conocimiento, y específicamente en matemática para la compresión de los conceptos en el aula de clase y fuera de ella. Además, los programas educativos pueden usarse casi en cualquier área del conocimiento como ser: geografía, computación, historia, idiomas, física, química, etc. No obstante, dichos software tienen que tener diferentes características, que, como sugiere Arroyo (2006) dispongan de desarrollar la capacidad no solo personal sino como parte de un colectivo:

[23] Es un sistema operativo basado en Linux (software libre) que fue inicialmente desarrollado para dispositivos móviles, sin embargo, con el desarrollo del hardware, también se extiende al uso de tablets, relojes inteligentes, televisores y automóviles.

[24] Es un sistema operativo desarrollado por Apple desarrollado para sus dispositivos móviles: Iphone, Ipad y Apple Watch.

1. Son elaborados con el fin de la didáctica; son atractivos para el alumno.
2. Los estudiantes usan las computadoras para realizar las diferentes actividades que ellos se proponen.
3. Son interactivos, contestan de manera inmediata las acciones pedidas por los alumnos, permiten un intercambio de informaciones entre la computadora y el discente.
4. Individualizan las tareas del estudiante; se adaptan al ritmo que el estudiante lleve con determinada actividad.
5. Fáciles de usar: Los estudiantes tienen que tener los conocimientos informáticos necesarios básicos para poder usarlos de manera satisfactoria.

Con el permanente uso de las computadoras de parte de los estudiantes, por ejemplo, en redes sociales, en buscadores web, buscadores académicos u otros, los estudiantes universitarios actuales pueden adaptarse a estos programas que, tienen como finalidad facilitar el aprendizaje de los contenidos.

Por otra parte, según et.al Marqués (1999) entre las funciones que se le atribuyen al software educativo están:

- Función motivadora y de animación: Suelen captar la atención de los estudiantes.
- Función instructiva: Los programas tutoriales realizan de manera explícita la función.
- Función informativa: Los programas educativos a través de sus actividades proporcionan una información estructurada de la realidad de los estudiantes. Los videos tutoriales[25], base de datos o buscadores académicos cumplen esa función.

[25] En Youtube por ejemplo, existe una vasta gama de videos que ayudan a los estudiantes a investigar sobre diferentes temas. También Khan Academy es un sitio web que tiene como finalidad *"proporcionar una educación de nivel mundial para cualquier persona, en cualquier lugar",* una

- Función evaluadora de actitudes y conocimientos: Evalúa explícitamente e implícitamente el trabajo de los alumnos.
- Función investigadora: Programas académicos, simuladores, base de datos, ofrecen al discente entornos donde investigar.
- Función expresiva: Los estudiantes expresan a la computadora (a través de elementos informáticos) y otros compañeros a través de las diferentes actividades, se da principalmente cuando se utilizan suites ofimáticas, lenguajes de programación y porque no, softwares matemáticos.
- Función innovadora: Los programas educativos se suelen considerar materiales didácticos ya que suelen utilizar la tecnología más reciente.
- Función lúdica: Crea un ambiente de armonía en los alumnos.
- Función metalingüística: Pueden aprender lenguajes propios de la informática.

Estas funciones pretenden en el estudiante que puedan socializar el conocimiento, promover la investigación individual y colectiva, y para los docentes, un medio adecuado para evaluar los conocimientos. Además, son innovadoras ya que se utiliza la tecnología más reciente.

En conclusión, no solo los profesores son protagonistas de la enseñanza, las funciones del software educativo permiten que, los estudiantes participen activamente en el proceso enseñanza – aprendizaje, de ésta forma, se pretende lograr una cultura donde se implementen herramientas que ayuden a mejorar el proceso de manera integral.

organización de aprendizaje en línea gratuita miles de videos destinados a estudiantes de primaria, secundaria y superior sobre matemáticas, biología, química, física, inclusive finanzas o historia. Ver más en: https://es.khanacademy.org/

2.6 El uso software matemático en enseñanza superior.

El acelerado desarrollo en la última década de las computadoras, ya sean personales o en los últimos 5 años con la incorporación de los Smartphone (teléfonos inteligentes), máquinas con gran capacidad de cálculo, trae consigo la integración de programas matemáticos al aula de clase que sirven para resolver problemas que demandan mucho tiempo si se hace de forma manual.

Dicha integración ha sido lenta en nuestro país y no es obligatoria en las la mayoría asignaturas de las universidades públicas del país en el área de Matemática. De acuerdo con Juan & Bautista (2011), las razones por las que no se usa todo el potencial de los programas en las universidades españolas son:

- Hasta hace poco tiempo, la inexistencia de software sencillo, potentes y a precio accesible.
- El esfuerzo adicional que supone al profesorado, es decir, al diseñar asignaturas que integren los conceptos teóricos a la práctica, aplicaciones, problemas orientados a algún software en específico.
- El temor que en muchos docentes de matemática provoca el fantasma de la automatización, pensar que si la computadora lo hace todo *¿Qué aprenderán los alumnos?*

Actualmente se dan las condiciones para integrar éstos programas: máquinas con buena capacidad de cálculo, el desarrollo de la alta definición y diseño gráfico, con ellos el de aplicaciones con aspecto agradable al usuario.

También, el progreso del software libre, potente y gratis facilita el acceso a estudiantes de todos los niveles sociales y educativos. Por otra parte, una cuota de responsabilidad queda a cargo del profesor, planificar correctamente la asignatura, con el objetivo que un programa específico se integre perfectamente a los objetivos planteados.

Por último, con respecto a la automatización, (Dávila, et al., 1996) propone que se puede prescindir de la parte mecánica, para dedicar más tiempo en la

compresión de conceptos que intervienen en la resolución de los problemas o ejercicios.

El crecimiento del software matemático se ha acelerado tanto en software privativos como libres[26] han permitido la investigación en la enseñanza en el aula de clases. Algunos ejemplos de éstos software son: Cabri, Geogebra en geometría y álgebra; Matlab, Scilab y Octave en álgebra lineal y métodos numéricos, en gráficos en 2D y 3D; Derive, MathCad, Maple, Maxima o Mathematica con gran potencial en álgebra de números reales y complejos, programación, gráficos en 2D y 3D. Algunos menos conocidos son: Euler, FreeMat, Winmat, Winplot y algunas aplicaciones web como Wiris o Desmos.

Algunos antecedentes en cuanto a la implementación del uso de software matemático en educación superior sugieren muchas ventajas: Pulido (2002) en su tesis doctoral *La enseñanza del álgebra lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico* concluye que el software Derive en el aula de clase es un medio complementario al de lápiz y papel, también, obliga a reflexionar el concepto a manejar, mejora la interactividad entre alumno – alumno y docente - alumno, además permite que el estudiante realice con menos esfuerzo cálculos tediosos, centrándose en los conceptos para estudiar el álgebra lineal.

Para Ordoñez (2012) el software Scilab ayuda a mejorar la participación, invita al trabajo individual y colectivo, ha dado espacio para que los alumnos piensen, aunque también ha provocado la disminución en las habilidades para hacer cálculos.

Con respecto al trabajo de Pedro Rodríguez *Derivación e Integración de Variable Compleja con Derive*, el uso del programa mejora la participación activa de los estudiantes, aumenta el interés y la motivación, y el rendimiento académico con el uso del software aumenta con respecto a la enseñanza tradicional (Rodríguez, 2004).

[26] En la sección 2.7 veremos la diferencia entre ambos.

También, el uso del software Octave en la asignatura de Cálculo Numérico logró que los alumnos trabajaran de manera activa en las diferentes actividades propuestas, resultando, también, como un apoyo al proceso enseñanza – aprendizaje de los contenidos de la asignatura (Ascheri & Pizarro, 2006).

La experiencia usando MATLAB con estudiantes de ingeniería en aeronáutica fue motivadora y atrayente al alumnado (Idiart, Knoblauch, Scarabino, & Costa, 2010).

Los distintos trabajos relacionados citados anteriormente, comprueban la función del software educativo en el salón de clases y también, fuera de él. Las funciones expresivas, evaluadoras, instructivas y de motivación son el denominador en común de las investigaciones de los ejemplos anteriores.

2.7 Software Libre.

Las ideas de software libre nacen en el laboratorio de Inteligencia Artificial (AI Lab) del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) en 1971. El software que escribían era compartido a otras universidades y cuando se les pedía el código fuente, lo compartían para leerlo, modificarlo o canibalizarlo para formar uno nuevo (Stallman, 2004). Uno de los miembros y programadores era Richard Stallman y estas experiencias le sirvieron para fundar del movimiento llamado Software Libre.

Entonces, software libre es aquel que respeta la libertad de los usuarios y de la comunidad. Para Stallman, las cuatro libertades esenciales son:

- Libertad 0: Libertad para ejecutar el programa en cualquier sitio, con cualquier propósito y para siempre.
- Libertad 1: Libertad para estudiarlo y adaptarlo a nuestras necesidades. Esto exige el acceso al código fuente.
- Libertad 2: Libertad de redistribución, podemos distribuirlos con amigos, vecinos y familiares.

- Libertad 3: Libertad para mejorar el programa para publicar las mejoras, desde luego que se necesita conocer el código fuente.

Estas libertades trae como consecuencias, muchas ventajas, entre las cuales están la económica: en la mayoría de casos el software libre (que no significa que sea gratis) es significativamente menor al de software privativo[27], cuestión que tiene que ser aprovechada por las instituciones educativas para incorporarlas al aula de clases.

En educación, las ventajas de usar software libre según la visión de Stallman[28] (Heinz & Da Rosa, 2007) son:

- Los costos para las instituciones son menores.
- Poder acceder al código fuente permite la innovación y la apropiación de nuevas tecnologías.
- Se puede adaptar a las necesidades locales y de cualquier persona.
- Permite que el usuario copie y difunde el software sin incurrir a copias ilegales lo cual forma en que la propia institución lleve al estudiantado y docentes a violar la ley.
- Difundir el conocimiento, modificar, construir, cooperar con los compañeros.
- Que el estudiante puede contribuir a mejorar el software.
- Sobre todo, en investigación, que es la tarea fundamental de toda institución educativa, el uso de software libre es básico ya que el software privativo evita conocer cómo funciona el programa.

Actualmente mucho del software usado en matemática es libre y gratis, algunos ejemplos son: Octave, Scilab para cálculo numérico; Maxima para cálculo

[27] Privativo o propietario es el software que no se tiene acceso al código fuente, puede ser software de pago o gratis pero sin la libertad que posee el software libre.

[28] Richard Stallman (nacido en 1953) es un programador estadounidense fundador del Movimiento por el Software Libre en el mundo.

simbólico. Maxima y Octave recientemente fueron desarrolladas para Android, garantizando su presencia en dispositivos móviles. LaTeX[29], Mozilla[30], MOODLE, Libre Office[31] y las distribuciones de Linux como Ubuntu o Madriva son ejemplos de software libre populares usados en ambientes educativos y no educativos.

2.8 Software Scilab

Scilab es un software libre matemático con muchas prestaciones, entre ellas tener un lenguaje de programación de alto nivel, muy útil en las matemáticas universitarias y disponible para Linux, Mac y Windows. Se le considera un clon de MATLAB con funciones similares. También, Scilab es catalogado como un lenguaje de programación con objetos dinámicos. Scilab, anteriormente Basile, fue creado en 1990 por investigadores de INRIA[32] y la ENPC[33] . El consorcio Scilab (Scilab Consortium en inglés) fue creado en 2003 para ampliar y promover a Scilab como software de referencia en el mundo industrial y académico. Desde 2012, Scilab Enterprise desarrolla y publica Scilab.

Scilab, incluye cientos de funciones especializadas para computación numérica, organizadas en librerías llamadas toolboxes que cubren muchas áreas

[29] Es un sistema de composición de textos, orientado a la creación de documentos que presentan una alta calidad tipográfica. Es usada comúnmente por las comunidades académicas para crear texto matemático o científico.

[30] Mozilla es un navegador web creado por la Fundación Mozilla una organización sin fines de lucro para la creación de software libre.

[31] Es un programa ofimático similar a Office de Microsoft desarrollado por The Document Foundation.

[32] Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, es un instituto francés dedicado a ciencias de la computación.

[33] École des Ponts ParisTech, es una escuela de ingeniería civil más antigua que funciona en la actualidad.

como simulación, sistemas y control, optimización y procesamiento de señales. Tiene cerca de 13,000 archivos, más de 400,000 líneas de código (en C y Fortran), 70,000 líneas de código de Scilab (especializado en librerías), 80,000 líneas de ayuda en línea y 18,000 líneas de configuración de archivos (Campbell, Chancelier, & Nikoukhah, Modeling and Simulation in Scilab/Scicos, 2006). Es óptimo para trabajar en álgebra lineal y cálculo numérico.

Dentro de las funciones que Scilab ofrece están:

- Capacidad de realizar cálculos con funciones elementales.
- Cálculo con vectores y matrices.
- Polinomios y funciones racionales.
- Procesamiento de señales.
- Gráficos en dos y tres dimensiones.
- Resolución de ecuaciones diferenciales numéricas.
- Xcos, es el simulador de sistemas dinámicos. Es el equivalente a Simulink de Matlab.
- Muestreo aleatorio y estadísticas.
- Programación.

Actualmente Scilab es usado en importantes universidades e industrias importantes del mundo.

2.9 Rendimiento Académico en la Universidad.

Actualmente, las instituciones educativas enfrentan el reto de mejorar la calidad académica, optimizar los recursos e integrar nuevas tecnologías para enfrentarse a las demandas de la sociedad actual. Específicamente, la Universidad Nacional Autónoma de Honduras no está exenta de esas preocupaciones, por lo tanto, se han tomado medidas para aumentar el rendimiento académico de los estudiantes, como la implementación de las Pruebas de Aptitud Académica (PAA) desde 2006, y las diferentes exigencias a los alumnos como ser el aumento al índice

de aprobación de 60% a 70% a partir del último periodo académico de 2016, y a docentes con capacitaciones permanentes. A pesar de los esfuerzos, la deserción y reprobación sigue siendo un problema. Para definir el rendimiento académico, hay que delimitarlo, ya que es un factor que depende de muchas variables tanto cualitativas como cuantitativas.

Para Tournon (1984) el rendimiento académico es el resultado del aprendizaje, influido por la intervención pedagógica del docente y cuyo producto es resultado del alumno.

Dentro del contexto cuantitativo, Vargas (2007) que cita a (Pérez-Luño, Ramón, & Sánchez, 2000), con respecto al rendimiento académico: "*se mide mediante las calificaciones obtenidas, con una valoración cuantitativas, cuyos resultados muestran las materias ganadas o perdidas, la deserción y el grado de éxito académico".* Agrega también, que las notas obtenidas son un indicador preciso y accesible para valorar el rendimiento académico.

La UNAH mide el rendimiento académico en base a las calificaciones promedio de los estudiantes, índices de deserción y reprobación. En el área físico - matemática, la forma más común para evaluar los conocimientos de los estudiantes son las pruebas (o exámenes parciales). Aunque el resultado del rendimiento académico es una variable cuantitativa, ésta depende de algunos factores socioculturales asociados como ser: factores personales, factores sociales y factores institucionales.

En investigaciones como *"Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES"* en 2007 de Francisco Tejedor y Ana García de la Universidad de Salamanca (Tejedor & García, 2007), el rendimiento es influido por algunas variables externas e internas como ser:

- Variables de identificación: Género, edad
- Variables psicológicas: Aptitudes intelectuales, motivación, personalidad, estrategias de aprendizaje del alumno, etc.

- Variables académicas: Rendimiento previo de educación secundaria, tipo de estudios cursados, etc.
- Variables pedagógicas: Metodología de enseñanza del docente, estrategias de evaluación, definición de competencias de aprendizaje.
- Variables socio-familiares: Nivel de ingresos y profesión de los padres.

En el estudio de Guiselle María Garbanzo, *Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación superior pública* (Garbanzo Vargas, 2007) de la Universidad de Costa Rica, clasifica a los factores que intervienen en el rendimiento académico a los factores personales, factores sociales y factores institucionales.

Dentro de los factores personales están la competencia cognitiva: Que se define como la autoevaluación de la capacidad propia del individuo para cumplir con determinadas tareas cognitivas, está relacionada con la influencia de la familia, como ser la persistencia, deseo del éxito, expectativas académicas del individuo.

La motivación: se divide en motivación intrínseca, se refiere a la orientación motivacional, es caracterizada por la dedicación, el vigor y la absorción del estudiante; la motivación extrínseca, es aquella relacionada con factores externos del alumno, cuya interacción con los demás estudiantes, el ambiente académico, formación del docente y las condiciones económicas; las atribuciones causales, que se refiere a la percepción que tiene el individuo sobre el desarrollo de la inteligencia; las percepciones de control que se ejerce sobre su desempeño académico y pueden ser cognitivas, físicas y sociales (Garbanzo Vargas, 2007).

Condiciones cognitivas: son las distintas estrategias de aprendizaje que el estudiante lleva a cabo. Éstas estrategias de apredizaje (hábitos de estudio, horas asignadas al estudio, mapas conceptuales, resúmenes), repercuten en el estudiante en su rendimiento académico.

Autoconcepto académico, se refiere el conjunto de percepciones que tiene el individuo sobre sí mismo, está vinculado con la motivación. El rendimiento

académico previo, la capacidad percibida por parte del estudiante, contribuyen a mejorar el autoconcepto académico.

Autoeficacia percibida: está asociada con los estados de agotamiento, desinterés y falta de proyección en sus estudios. Se asocia a estudiantes que carecen de autoeficacia. Bienestar psicológico: Los estudiantes con mejor rendimiento académico tienen menos estados de agotamiento, más autoeficacia, felicidad y satisfacción.

Asistencia a clases: se encontró que la motivación está asociada a la asistencia a clases y que, por el contrario, la ausencia en el aula de clases está relacionada con repetición y abandono de cursos a (Pérez-Luño, Ramón, & Sánchez, 2000). También, la inteligencia es un buen predictor de resultados académicos. Las Aptitudes también están asociadas a diferentes habilidades para realizar diversas tareas por parte del estudiante.

Las calificaciones de acceso a la universidad, se refiere a los estudios realizados en la enseñanza superior asociados al rendimiento académico, enfatizan en la nota de acceso en el examen de admisión universitario. El promedio de admisión a la Universidad es estadísticamente significativo e importante como predictor del promedio ponderado del estudiante (Montero, Villalobos, & Valverde, 2007),. Dentro los factores sociales, no menos importantes, están las diferencias sociales: Las diferencias sociales y culturales tienen un efecto en el rendimiento académico. El entorno familiar: tiene un importante efecto en el rendimiento académico, la influencia de los padres influye significativamente en la vida académica. Los ambientes propicios, inciden de manera positiva en el rendimiento académico. En cuanto al capital cultural: se refiere al acceso a recursos didácticos a través del internet, a la literatura y a las relaciones familiares. Todo ese capital contribuye significativamente a un mayor desempeño académico por parte del estudiante.

También, estudios han permitido establecer la correlación que existe en el aprendizaje y el contexto socioeconómico. A medida se asciende en la escala social, el desempeño académico mejora (Castejón & Pérez, 1998).

Además, la zona geográfica de procedencia de los alumnos influye en el rendimiento académico. Por otra parte, las determinantes institucionales afecta en el desempeño académico, por ejemplo el horario de las clases, tamaños de los cursos o los criterios e ingreso en carrera (Montero, Villalobos, & Valverde, 2007). La elección de los estudios según el interés del estudiante se refiere a la forma por la cual el alumno eligió una determinada carrera, la orientación vocacional juega un papel importante y la capacidad de la universidad para asignar cupos influye en el desempeño futuro del discente.

Otro de los factores institucionales, es la complejidad de los estudios que se refiere a la difultadad que tienen algunas asignaturas de las diferentes carreras ofrecidas en la universidad, refiriéndose a asignaturas con mayor índices de deserción y/o reprobación. Además, algunas condiciones institucionales inciden directamente en el desempeño: condiciones aúlicas, plan de estudios, formación docente, están correlacionadas al rendimiento académico.

También, los sistemas de becas, servicios de préstamo de libros, apoyo psicológico, influyen en el desempeño. El ambiente estudiantil como ser: el compañerismo, la solidaridad son variables cualitativas que pueden obstaculizar o facilitar el rendimiento. Por otra parte, las relaciones con los docentes y con los compañeros son variables importantes que intervienen en los resultados académicos.

Algunas pruebas específicas por algunas carreras que establecen pruebas de admisión, se les atribuye una cuota importante en materia de desempeño académico (Carrión, 2002). De ésta forma, el rendimiento académico está marcado por factores sociales que en países como el nuestro son comúnes. Con respecto a la asignatura Variable compleja, existen algunos temas abstractos (por ejemplo la topología del plano complejo, los límites o series en variable compleja) que son difíciles de comprender al estudiante, quizá, debido al poco contacto con asignaturas más teóricas y más a las prácticas donde se hace énfasis en los procedimientos.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1 Enfoque de la investigación

Este trabajo requiere un enfoque cuantitativo donde se intentará probar la hipótesis "el uso de software mejora el rendimiento académico", donde se medirán dos grupos: un grupo experimental en el que se aplicará un estímulo (se someterá al uso de software) y otro, un grupo de control (que no se somete al uso del software y se expone a una metodología conductista de aprendizaje)

3.2 Tipo de estudio

El tipo de estudio en este trabajo es causal. Se pretende que haya una evidencia entre la causa y efecto, es decir, entre las variables X (integración de Scilab al la enseñanza de las funciones analíticas en variable compleja) y Y(rendimiento académico).

Éste tipo de investigación tiene como objetivo tener la(s) evidencia(s) suficiente(s) sobre la existencia de las relaciones causales entre variables. Generalmente, este tipo de estudios se lleva a combinando diseños experimentales (Namakforoosh, 2010).

3.3 Tipo de diseño de la investigación

El diseño es cuasi - experimental: Debido a que este proceso es cuantitativo, se puede encontrar con diferentes clasificaciones en los diseños: los diseños experimentales y no experimentales. Se define el experimento como "*estudios de intervención, porque un investigador genera una situación para tratar de explicar como afecta a quienes participan en ella en comparación con quienes no lo hacen"* (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010). Además, los experimentos manipulan tratamientos, influencias, estímulos(variables

independientes) para observar los efectos(variable dependiente) (Hernández Sampieri, Fernández Collado, & Baptista Lucio, 2010)

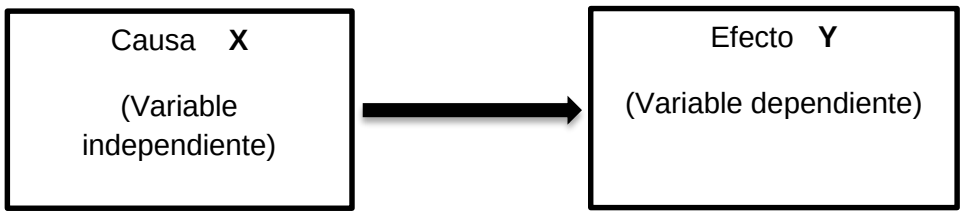


Figura 3.3.1: Esquema de experimento y variable.

En éste trabajo se tienen dos grupos: El primer grupo de 31 estudiantes[34] (una sección que no se someterá al uso de Scilab) que es el grupo de control, se medirá el conocimiento mediante pruebas diagnósticas en temas de álgebra lineal, cálculo diferencial e integral, de álgebra y trigonometría, además se comparan los rendimientos con el grupo experimental (de 33 estudiantes); el segundo grupo será una sección donde se aplicará el estímulo (uso de Scilab mediante talleres, ver anexos I) para saber el impacto que esto tendrá sobre su rendimiento, deserción y reprobación en la asignatura así como el conocimiento adquirido mediante las mismas pruebas diagnósticas aplicadas al primer grupo.

Debido a que la preprueba sirve únicamente para diagnosticar como llegan los estudiantes con respecto a los conocimientos previos, la posprueba sirve para comprobar la hipótesis que el uso de Scilab mejor el rendimiento académico en los estudiantes del grupo experimental, en éste caso la manipulación de la variable independiente solo alcanza los niveles: presencia y ausencia. Cuando concluye la manipulación, a los grupos experimental y de control se les aplica posprueba para medir la variable dependiente (rendimiento académico).

Cuando los grupos no se asignan de manera aleatoria y en este caso, los grupos están definidos desde el mismo instante cuando la matricula se realiza(en las diferentes secciones de Variable Compleja, 16:00 y 18:00) de manera que es

[34] Aunque en el pretest se sometieron 35 personas. La razón es debido a que los estudiantes retiraron la asignatura.

independiente del experimento, entonces, se tiene un diseño cuasi – experimental en el estudio.

3.4 Hipótesis de la investigación.

- Hipótesis de trabajo: La integración del software Scilab como alternativa en la enseñanza de la variable compleja mejora el rendimiento académico de los estudiantes frente a los estudiantes que reciben una metodología tradicional de enseñanza.
- Hipótesis alternativa: La integración del software Scilab como alternativa en la enseñanza de la variable compleja no mejora el rendimiento académico de los estudiantes frente a los estudiantes que reciben una metodología tradicional de enseñanza

3.5 Variables.

- Variable independiente: la enseñanza de la variable compleja usando el software Scilab como estrategia de enseñanza.
- Variable dependiente: Rendimiento académico.

La variable independiente (el estímulo) se implementará mediante las diferentes sesiones durante 4 semanas y trabajo continuo durante ellas. Los temas Funciones analíticas y elementales serán evaluados al final del experimento, mientras el grupo de control recibe una metodología conductista y también será evaluado con una prueba similar a la del grupo experimental.

Para medir la variable dependiente (rendimiento académico) se aplicarán dos pruebas similares que evalúan temas como: Ecuaciones Cauchy – Riemann en coordenadas cartesianas y polares, Funciones elementales y evaluación de la analicidad de una función de variable compleja.

3.6 Población y Muestra.

- La población: son los estudiantes de las carreras de Licenciatura en Matemática, Física e ingeniería eléctrica de la Universidad Nacional Autónoma de Honduras en el Valle de Sula durante el primer periodo académico del año 2015.
- Muestra: Dos secciones de la asignatura Variable Compleja; uno para el grupo de control (31 personas) y otro grupo experimental (33 estudiantes).

3.7 Técnicas de Recolección de Datos.

Antes del experimento se aplicó una prueba diagnóstico a los estudiantes, el objetivo es diagnosticar los conocimientos previos de los alumnos. A los estudiantes del grupo experimental se les impartieron sesiones de talleres de Scilab en el Centro de Cómputo “Arturo Suazo Morel” de la UNAH – VS en los meses de febrero y marzo de 2015 (ver anexo I). Las secciones 16:00 y 18:00 fueron para el grupo de control y grupo experimental respectivamente, impartidas por el mismo docente de ambas secciones.

Los estudiantes del grupo experimental fueron expuestos (al estímulo) a 4 sesiones de trabajo en Centro de Cómputo los días miércoles de cada semana. Cada estudiante tenía un tutorial (ver Anexo I) y guiados por el profesor de la asignatura. También, tenían una computadora dotada con software Scilab y conexión a internet de manera permanente. El docente guiaba a los estudiantes con un proyector conectado a la computadora que también cuenta con el programa.

La sesión 1: Con duración de 2 horas se enseña el ambiente Scilab, también los estudiantes aprenden la sintáxis que se utiliza en Scilab, se utilizan las variables booleanas para comprobar propiedades de los números complejos.

Sesión 2: Los estudiantes aprenden a utilizar Scilab en álgebra lineal. Éste módulo pretende del estudiante usar la notación correcta y realizar operaciones básicas de vectores y matrices. La duración fue de dos horas.

Sesión 3: Se hacen gráficos en 2D y 3D. Con duración de una hora, el objetivo de la práctica era que los estudiantes aprendieran a diferenciar una función de variable real y una de variable compleja. Con graficar en 3D la partes reales e imaginarias de las funciones de variable compleja se pretenden que el estudiante visualice y comprenda que las funciones de variable compleja no se pueden dibujar como una función de variable real.

Sesión 4: Se introduce al estudiante a las funciones elementales de variable compleja: función exponencial compleja, logaritmo natural complejo, exponentes complejos, trigonométricas e hiperbólicas trigonométricas e hiperbólicas inversas. Los estudiantes calculan con números complejos. Duración: una hora. Duración total de las prácticas: 6 horas.

El experimento se realizó en un lapso de cuatro semanas, cada semana con cuatro horas para ambos grupos, sumando un total de 16 horas. Las 16 horas se impartieron de forma tradicional para el grupo de control. Para el grupo experimental, de las 16 horas, se impartieron 6 horas en el Centro de Cómputo y las restantes 10 en el aula, lo que representa el 37.5% se trabajó haciendo uso de Scilab. Los temas con los que se trabajó en ambos grupos, fueron:

- Funciones complejas.
- Mapeos complejos.
- Diferenciabilidad y analicidad.
- Ecuaciones de Cauchy – Riemann.
- Funciones armónicas.
- Funciones elementales: exponencial, trigonométricas, hiperbólicas, trigonométricas inversas, logarítmos y exponentes, todos en variable compleja.

Luego del experimento, se aplicaron pruebas conceptuales (a ambos grupos) para comprobar el conocimiento de los estudiantes de ambos grupos de Variable compleja después de usar Scilab (para el grupo de experimentación). Se realizó una

prueba de diferencias de medias y se encontró que el rendimiento del grupo experimental fue superior al grupo de control.

El promedio (media muestral) fue del 50% aproximadamente para el grupo de experimental y de 38% para el grupo de control lo que mostró una gran mejoría en cuanto a promedios.

3.8 Análisis de datos.

Se registró el porcentaje de respuestas correctas de las pre – pruebas (base 100%) para ambos grupos y se diagnosticarán las falencias que tienen los estudiantes de asignaturas previas. En la post – prueba, los resultados de las calificaciones (base 100%) se comprueba que ambas distribuciones se ajustan a una distribución normal usando una prueba Kolmogorov – Smirnov con la ayuda del software SPSS. Luego, se aplica una prueba de diferencia de medias para comprobar la hipótesis alternativa de la investigación. El resultado, es hay evidencia estadística suficiente para decir que el rendimiento del grupo experimental fue superior al del grupo de control.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se mostrará la evidencia de algunos de los fallos y aciertos que tienen los estudiantes en temas de asignaturas que son requisitos para matricular la materia de Variable compleja, como ser: derivadas, integrales definidas, resolución de sistemas de ecuaciones lineales, gráficos de funciones racionales y vectores en el plano. Además, se comprobará el efecto que tiene el uso de Scilab en el rendimiento académico en los estudiantes aplicado el post – test.

4.1 Análisis del Pre – test.

En primer lugar, se analiza el pretest (prueba en base 100%) aplicado a los estudiantes el tercer día de clases con el fin de diagnosticar al alumno en temas diversos de asignaturas requisitos para matricular variable compleja. Hay que mencionar que el requisito oficial es Cálculo II, sin embargo, se necesita de un conocimiento adecuado en temas de trigonometría, derivadas, integrales, álgebra, gráficas de funciones, vectores. La calificación promedio general de respuestas correctas fue de 38.85% para el grupo experimental y para el grupo de control fue de 43.89%. El primer ejercicio, se pide calcular la derivada de una función compuesta de función trigonométrica y trigonométrica inversa; en segundo lugar, la evaluación de una integral definida; como tercer ejercicio, se le pide al estudiante que resuelva una ecuación de segundo grado que tiene soluciones complejas y se le pide comprobar el resultado; el cuarto ejercicio, se le pide al alumno que grafique una función racional y encuentre las asíntotas; el quinto ejercicio se le pide al estudiante que resuelva un pequeño sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas y dos ecuaciones; como sexto ejercicio, se pretende conocer los conocimientos en vectores en el plano y trigonometría y además las estrategias para resolverlos; el séptimo, requiere del estudiante el concepto de la derivada: encontrar la ecuación de la recta tangente a un punto. Por último, el ejercicio demanda al estudiante a encontrar el área entre dos curvas, hacer el gráfico y plantear la solución. Llamaremos, en algunas ocasiones, GC y GE al grupo de control y al grupo

experimental, respectivamente. En la tabla siguiente se muestran los resultados individuales de cada una de las pruebas para el grupo experimental y de control.

Grupo experimental	Grupo de Control
52	46
18	12
36	40
40	52
28	70
76	40
6	70
24	46
12	70
30	64
28	52
18	64
40	24
40	18
24	40
30	24
52	58
46	70
46	40
46	30
12	30
16	40
64	42
18	52
28	18
36	30
76	24
48	46
12	88
88	58
58	64
40	34
94	58
-	28
-	12

Tabla 4.1.1: Calificaciones obtenidas en pre - prueba

4.1.1 Ejercicio 1

Se le pide al estudiante que calcule la derivada de la función $f(x)=\cos(\tan^{-1}(2x))$ para el grupo de control (GC) y $f(x)=\sin(\tan^{-1}(3x))$ para el grupo experimental (GE). Ambos ejercicios son similares.

En muchos casos, los errores provienen de conceptos básicos, como en el ejemplo siguiente, en el que el estudiante no distingue entre una función trigonométrica inversa y una función opuesta trigonométrica.

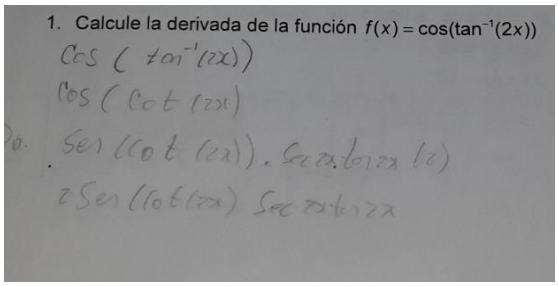


Figura No. 4.1.1: Una de las estrategias para resolver el ejercicio.

El estudiante entiende que la tangente inversa es equivalente a 1/tan(2x)=cot(2x). Además, se puede ver que él usa correctamente la regla de la cadena pero no aplica bien la derivada de la función cotangente.

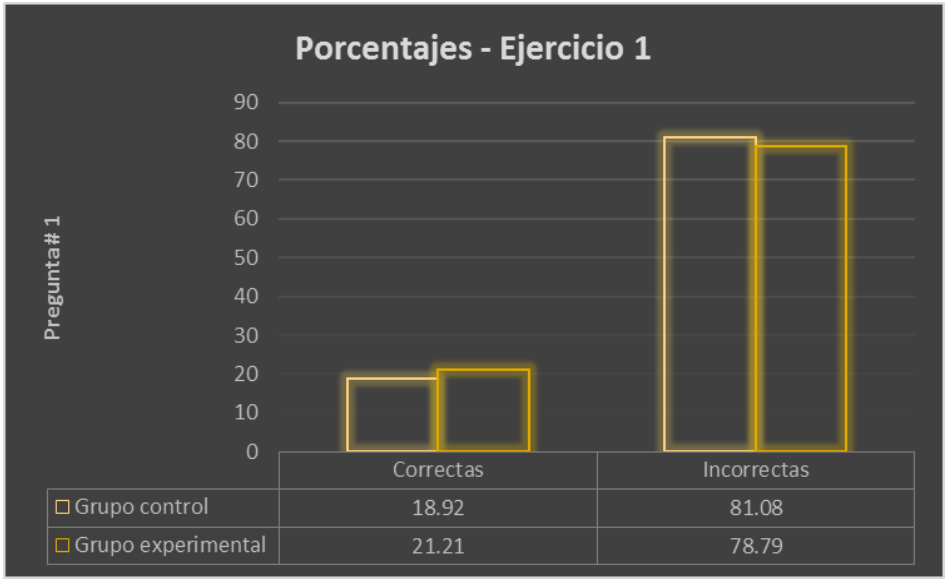


Figura No. 4.1.2: Gráfico de aciertos y fallos ejercicio 1

En esta pregunta, casi el 20% de los estudiantes en ambos grupos pudieron responder la pregunta de manera correcta, recordando perfectamente la regla de la cadena para el cálculo de la derivada. Muchos de los estudiantes no pudieron calcular la derivada de la función tangente inversa que es necesaria para el cálculo del argumento del número complejo.

4.1.2 Ejercicio 2

Para el grupo de control se necesita que el estudiante calcule la integral $\int_{-1}^{2}(x^2-1)dx$ y para el grupo experimental $\int_{2}^{4}(y^3-\sqrt{y})dy$. Los resultados son:

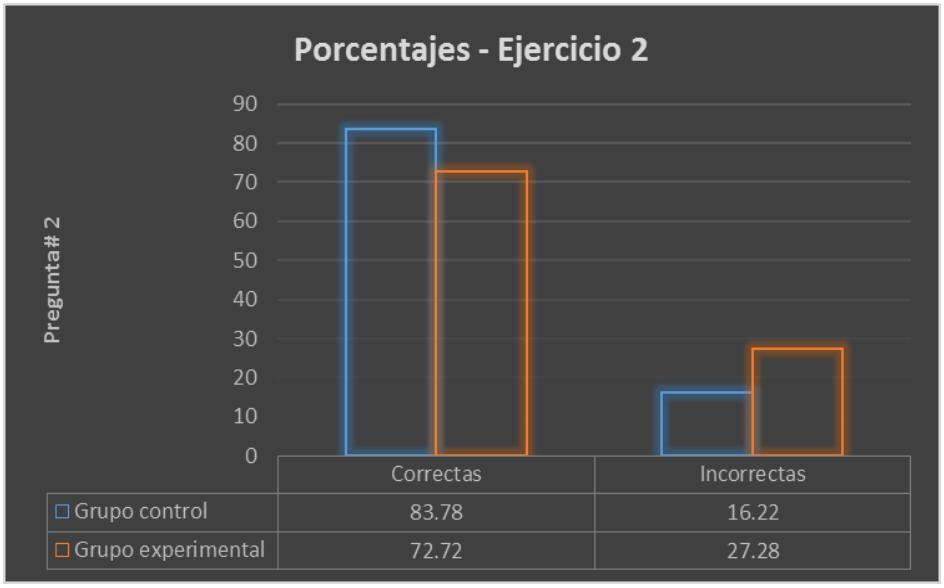


Figura No. 4.1.3: Gráfico de aciertos y fallos ejercicio 2

Éste es uno de los ejercicios en los que menos dificultades tuvieron los alumnos; el 84% casi de aciertos para el grupo de control y el 72.72% de para el grupo experimental, suponemos que es debido a lo mecánico del procedimiento. Integrar correctamente es una de las competencias que se esperan de los alumnos en Variable Compleja, ya que posteriormente saber integrar correctamente favorece a comprender el concepto de integración compleja.

4.1.3 Ejercicio 3

Se le pide al estudiante que calcule las raíces (complejas) en este caso. El objetivo del ejercicio es conocer si los estudiantes pueden encontrar las soluciones de una ecuación cuadrática por cualquier método empleado y si recuerdan y/o conocen los números complejos. Las preguntas fueron, calcular las raíces de $x^2+5=4x$ para el grupo experimental y $x^2-6x=-13$ para el grupo de control.

Uno de los ejemplos extremos lo presentamos a continuación:

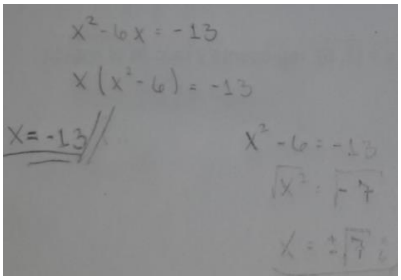


Figura 4.1.4: Ejemplo de resolución de ejercicio

El estudiante no iguala a cero la ecuación, luego aplica el teorema de factor cero sin que se pueda usar en éste caso. El alumno demuestra que conoce sobre raíces complejas. Los resultados los podemos ver en el siguiente gráfico:

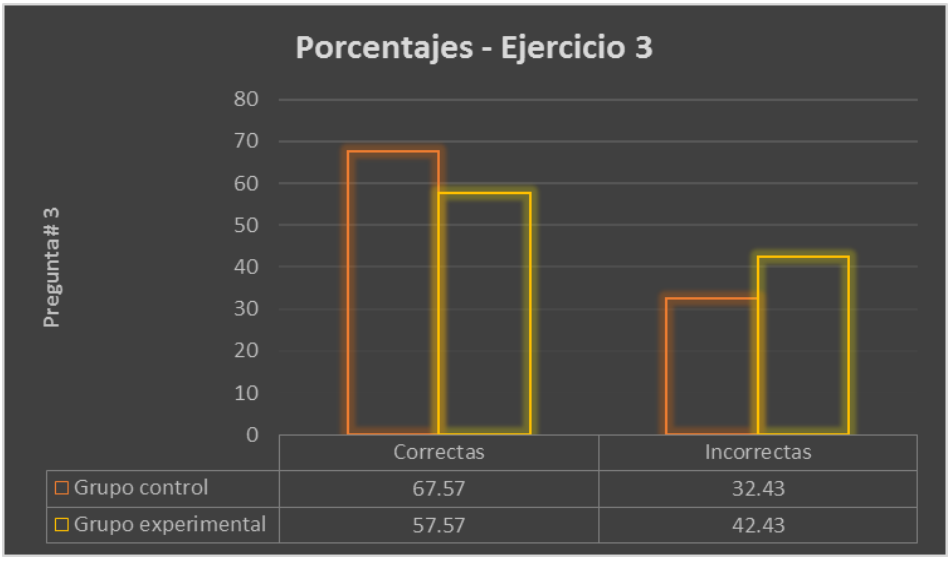


Figura 4.1.5: Gráfico de aciertos y fallos del ejercicio 3

Ésta es quizá una de las preguntas más importantes del pretest, ya que nos da una pauta sobre el conocimiento que tienen los estudiantes, en primer lugar sobre la resolución de ecuaciones cuadráticas (tan importante en ingeniería, matemática y física) y en segundo lugar, sobre los números complejos. Hay una mejor calificación en el grupo de control que en el experimental.

4.1.4 Ejercicio 4

En ésta pregunta, se indaga al estudiante sobre el conocimiento de límite en variable real, y en base a eso, recordar cómo construir asíntotas verticales y horizontales. Para ambos grupos se les pide el dibujar el gráfico de $f(x)=\frac{2x-5}{x+2}$ y $g(x)=\frac{4x-1}{x+3}$ para el grupo de control y experimental, respectivamente.

Ambos grupos mostraron poco desempeño en el momento de hacer gráficos o aplicar límites para calcular la asíntota vertical y horizontal. De los estudiantes que respondieron correctamente, pocos aplicaron el concepto de límite. A continuación, presentamos dos ejemplos.

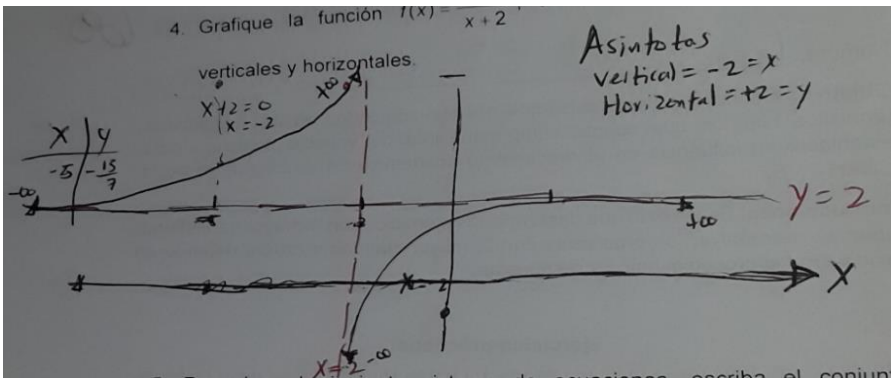


Figura 4.1.6: Ejemplo de ejercicio resuelto satisfactoriamente.

Por ejemplo, en la figura 4.1.6, el estudiante logró hacer el gráfico de manera correcta, aplicando límite, de una manera más práctica aunque sin hacerlo de una manera formal.

Por otro lado, el estudiante que realizó el ejercicio siguiente, no logró encontrar de manera satisfactoria las asíntotas horizontales, tampoco pudo realizar correctamente el gráfico.

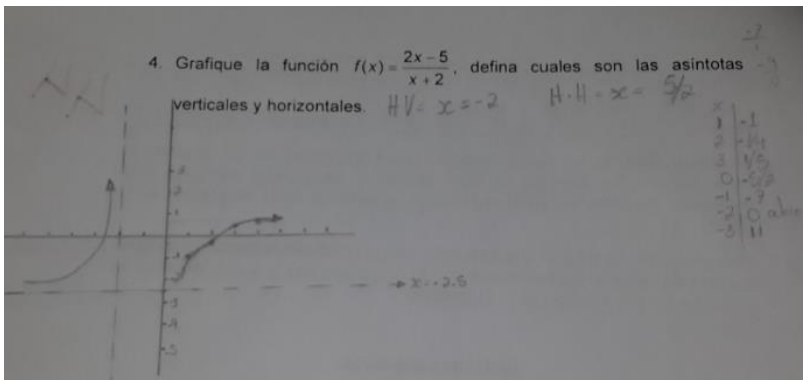


Figura 4.1.7: Ejemplo de ejercicio.

Los resultados son:

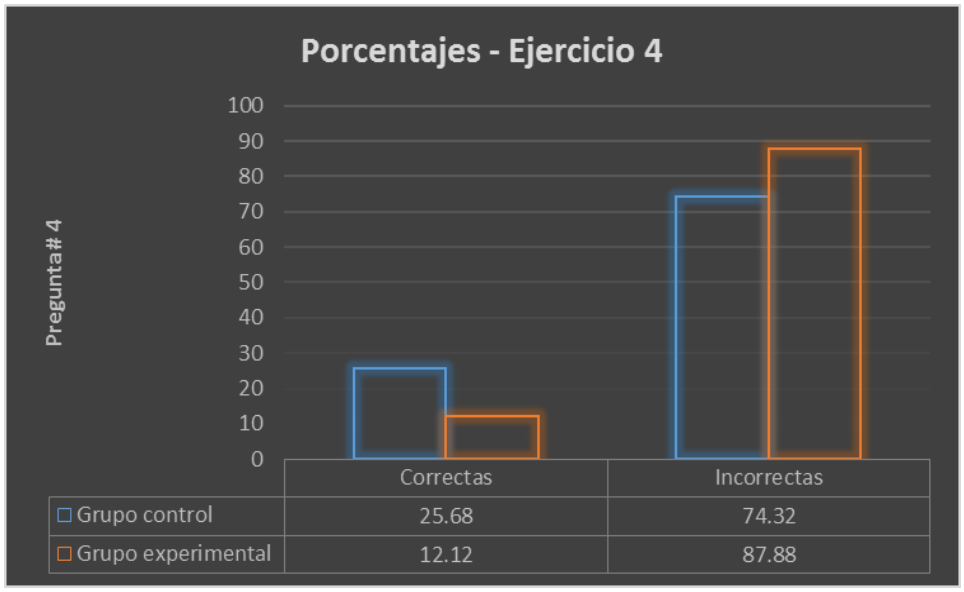


Figura 4.1.8: Gráfico de aciertos y fallos del ejercicio 4.

4.1.5 Ejercicio 5

En el siguiente ejercicio, requiere del estudiante, encontrar el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales usando cualquier método. Una

estrategia interesante de uno de los alumnos, la realizó éste estudiante, que usó regla de Cramer para resolverlo:

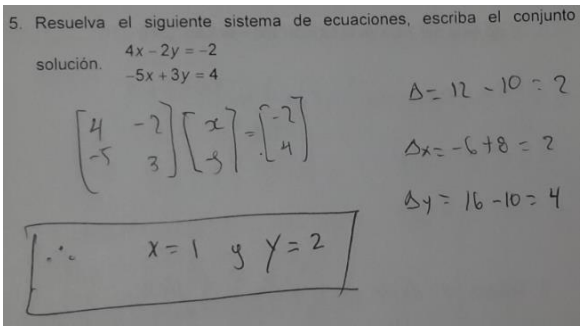


Figura 4.1.9: Ejercicio realizando regla de Cramer.

Presentamos los resultados obtenidos en la tabla siguiente.

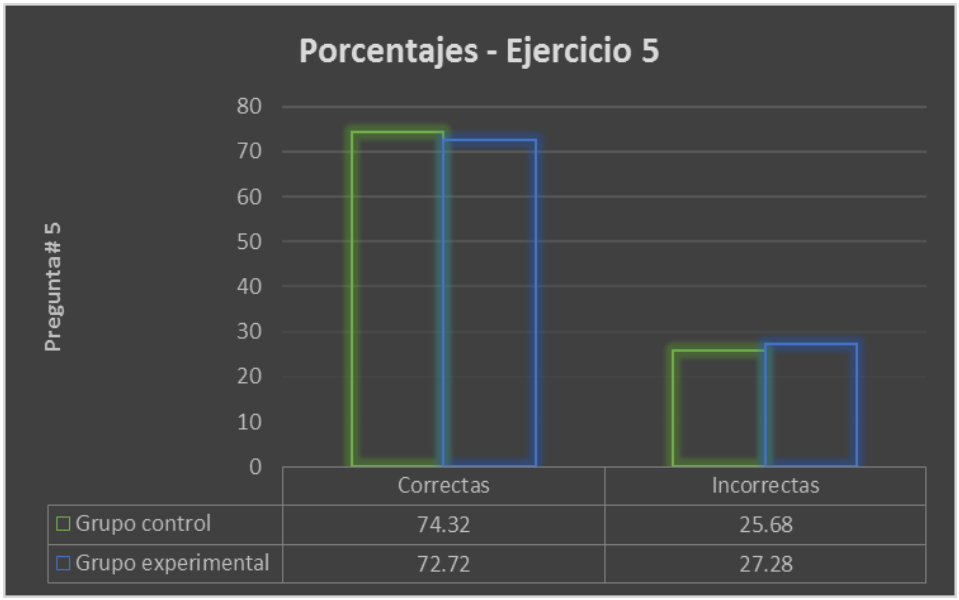


Figura 4.1.10: Tabla de resultados para el ejercicio 5

A pesar de la mecanicidad del ejercicio, se tuvieron resultados similares para ambos grupos. Se tuvo una importante cantidad de fallos en (alrededor del 26% en promedio). Resolver sistemas de ecuaciones lineales, es competencia elemental en todo estudiante de ciencias e ingeniería. En variable compleja se utiliza para poder resolver sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes complejos.

4.1.6 Ejercicio 6

El objetivo de este ejercicio era comprobar las diferentes estrategias que podían tomar los alumnos para encontrar el ángulo entre los dos vectores. Dibujar los vectores es una gran ayuda para visualizar el ángulo de los dos vectores. **u** = (-2, 2) y **v** = (2, 5) y **u** = (-2, 1) y **v** = (1, 4) para GC y GE respectivamente.

Podemos ver un pobre desempeño considerando que es un ejercicio relativamente sencillo, donde el estudiante puede considerar varias estrategias para resolverlo. Una de ellas puede ser encontrando los ángulos usando funciones trigonométricas o usando la fórmula $\cos(\alpha) = \frac{u \bullet v}{|u||v|}$.

Los resultados obtenidos los podemos ver en la tabla siguiente:

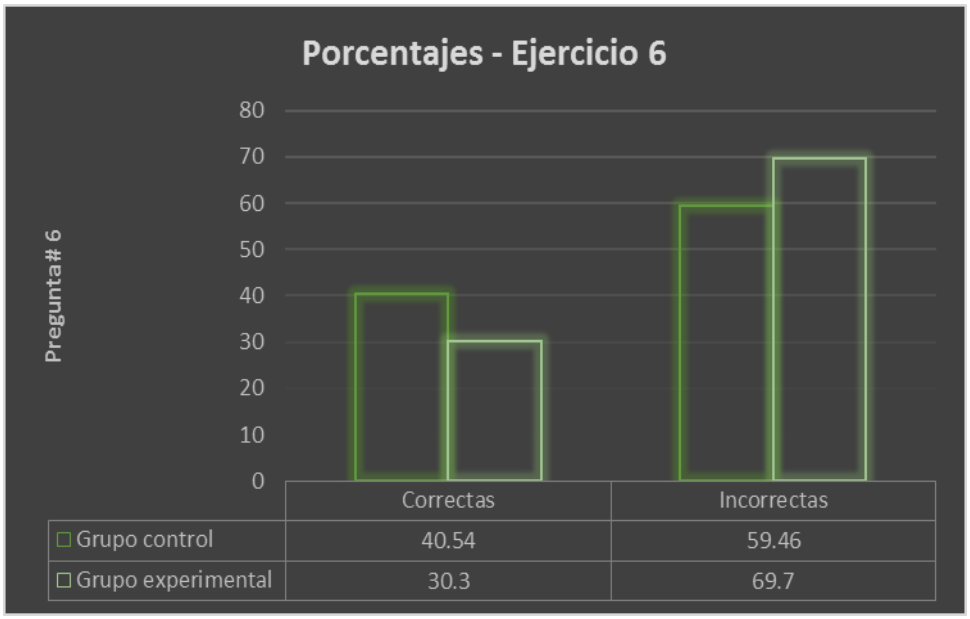


Figura 4.1.11: Porcentaje de fallos y aciertos.

Un ejemplo, es el que podemos ver en la figura 4.1.12. El estudiante supo resolver de la manera satisfactoria el ejercicio planteado, con una estrategia inteligente, usando la información disponible.

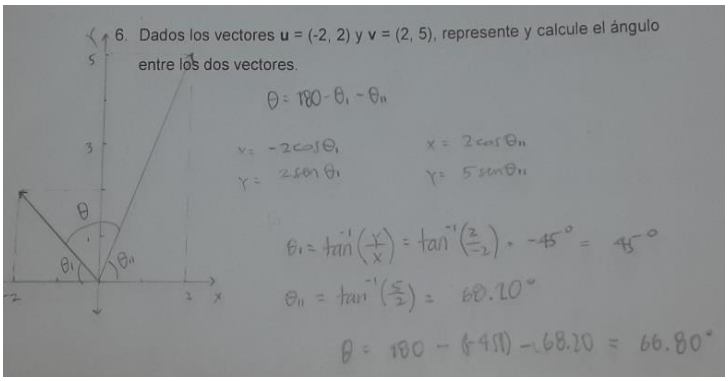


Figura 4.1.12: Ejemplo de una estrategia satisfactoria.

Otros estudiantes no recuerdan bien cuando tienen que usar determinada ecuación o simplemente no localizan bien los vectores.

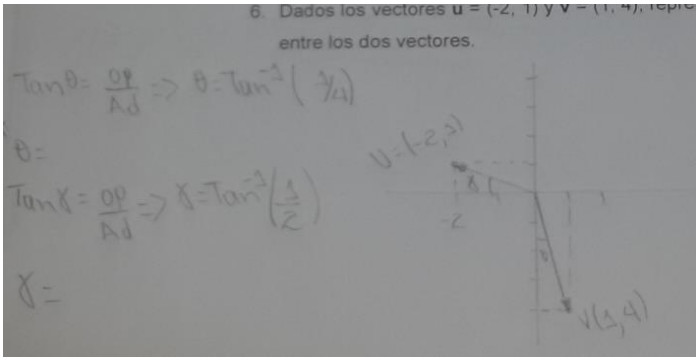


Figura 4.1.13: Estrategia tomada por otro estudiante.

El estudiante (figura 4.1.13) no supo dibujar correctamente el vector (1, 4). Dado que los números complejos son vectores, saber las propiedades de norma, ángulo entre vectores son tareas que a menudo se presentan en variable compleja.

4.1.7 Ejercicio 7

Aplicar el concepto de la derivada es el objetivo del ejercicio. Por definición, la derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto pedido. Se les pidió a los estudiantes que encontraran la pendiente de la recta tangente en el punto dado; $f(x) = x^2 - 1$ en el punto (-2, 3) para el grupo de control y $h(x) = x^2 + 1$ en el punto (3, 10) para el grupo experimental.

En la tabla se muestra el porcentaje de personas que realmente pudieron encontrar la ecuación de la recta de manera satisfactoria.

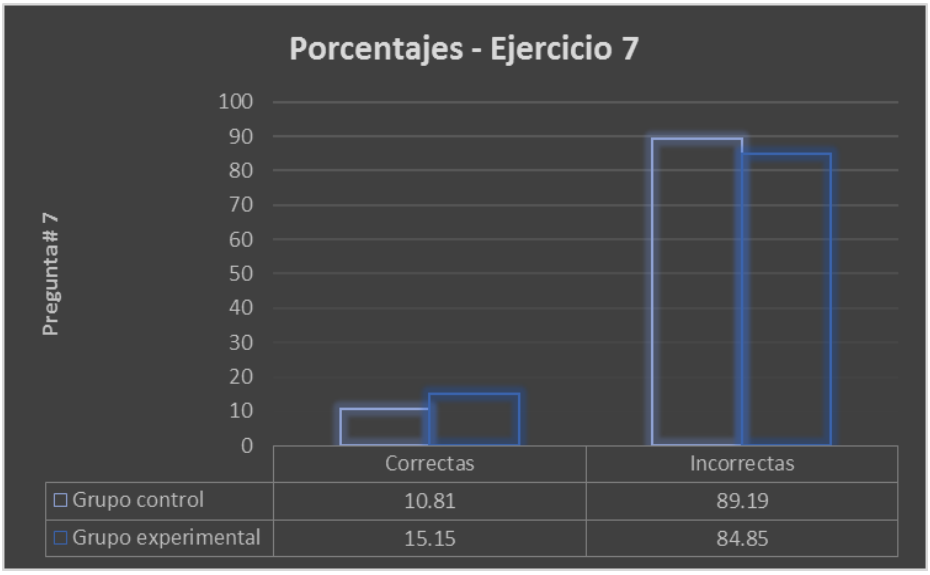


Figura 4.1.14: Gráfico de porcentaje de aciertos / errores.

Claramente el desempeño del grupo experimental fue levemente mejor que el del grupo de control. Entre los dos grupos, aproximadamente el 13% de los estudiantes lograron responder correctamente el ejercicio.

Con respecto al gráfico, el 85% de los estudiantes hicieron, en promedio, el dibujo de manera correcta. Podemos concluir que el concepto de la derivada no está claro o simplemente lo olvidaron. En la enseñanza de cálculo I se debe hacer énfasis en el concepto más que en la ejercitación pura del cálculo de derivadas.

4.1.8 Ejercicio 8

En el ejercicio se pretendía que el discente pudiera encontrar el área entre las curvas, encontrar el área $x = 2 - y$, $x = y^2$ en ambos grupos. Se midió como correcto el planteamiento de la integral. Por ejemplo, en la figura 4.1.15, el estudiante pudo realizó el gráfico de la función lineal de manera incorrecta y ello lleva a un planteamiento erróneo de la integral. Muestra, el conocimiento de la aplicación de la integral al cálculo de áreas.

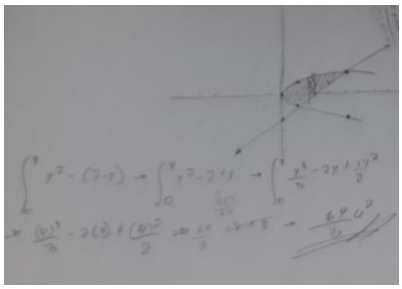


Figura 4.1.15: Resolución del ejercicio 8 por parte de un estudiante.

También, podemos ver (figura 4.1.16) la resolución correcta de parte del estudiante, gráfica, encuentra los interceptos y plantea la integral de buena manera.

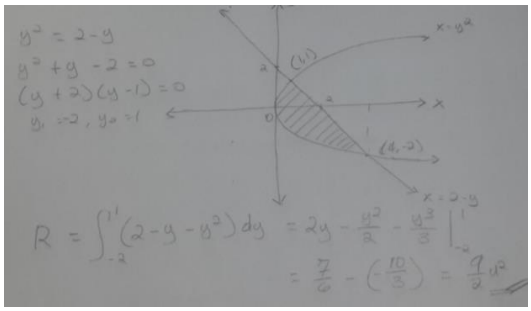


Figura 4.1.16: Resolución correcta del ejercicio 4

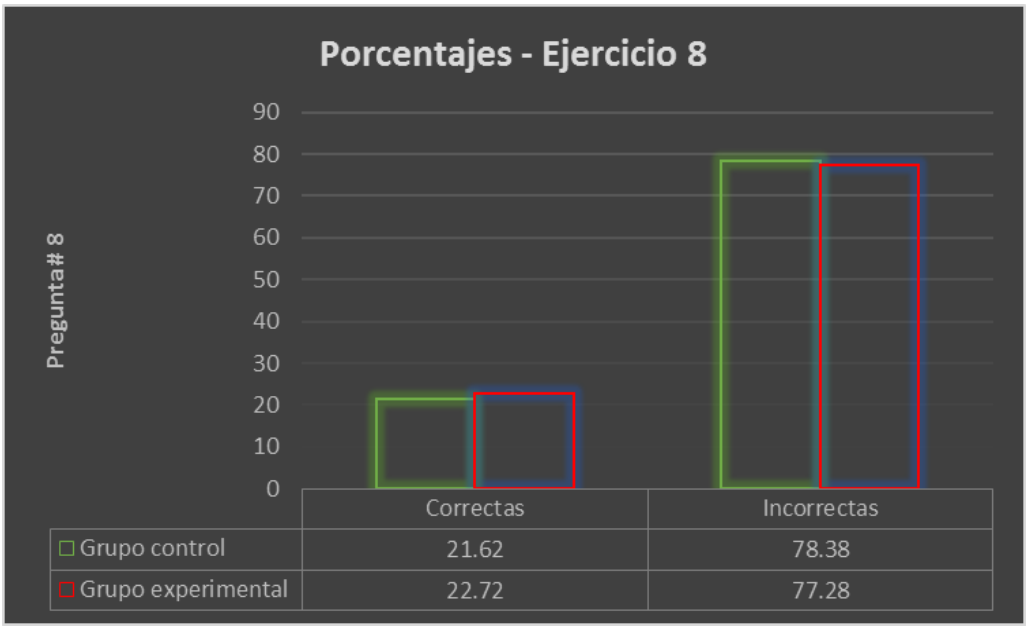


Figura 4.1.17: Porcentajes de aciertos y fallos en el ejercicio 8.

Podemos comprobar que, en su mayoría (78% aproximadamente) para ambos grupos, no fueron capaces de plantear la integral de manera apropiada para el cálculo del área.

4.2 Ejemplos del postest: Análisis.

Las siguientes figuras muestran las diferentes estrategias para resolver algunos de los ejercicios y problemas presentados en el postest para los grupos experimental y de control. Ambos grupos tuvieron pruebas similares, en los que, ejercicio por ejercicio se les pide que resuelvan ejercicios de similitud y dificultad muy similares en los temas: funciones analíticas, mapeos, ecuaciones de Cauchy – Riemann, ecuacion de Laplace y funciones elementales.

En los diferentes talleres de Scilab en los que se expuso al grupo experimental, se pretendió que el estudiante desarrollara un pensamiento crítico para resolver problemas más abstractos mediante la construcción de conocimientos en la computadora, es decir, enlazar los conceptos (definiciones y teoremas) y visualizarlos en el ordenador.

4.2.1 Ejemplo 1

En los ejercicios siguientes se les pide a los alumnos calcular y escribir los siguientes números y expresarlos de la forma *a + ib.*

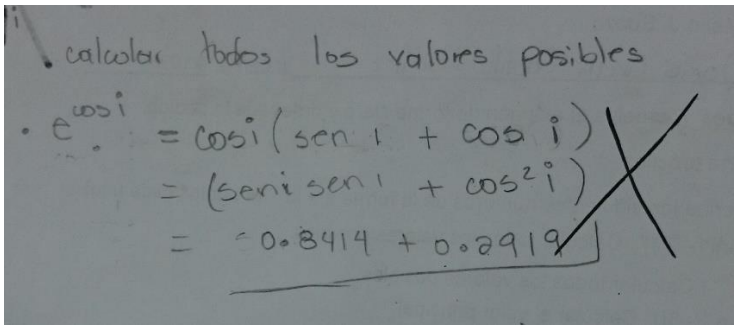


Figura 4.2.1: Estrategia de estudiante grupo de Control.

En este caso, el estudiante no logró articular correctamente lo que se le pide, quizo aplicar el teorema de De Moivre cuando no tenia que aplicarlo directamente por lo que la respuesta es fallida.

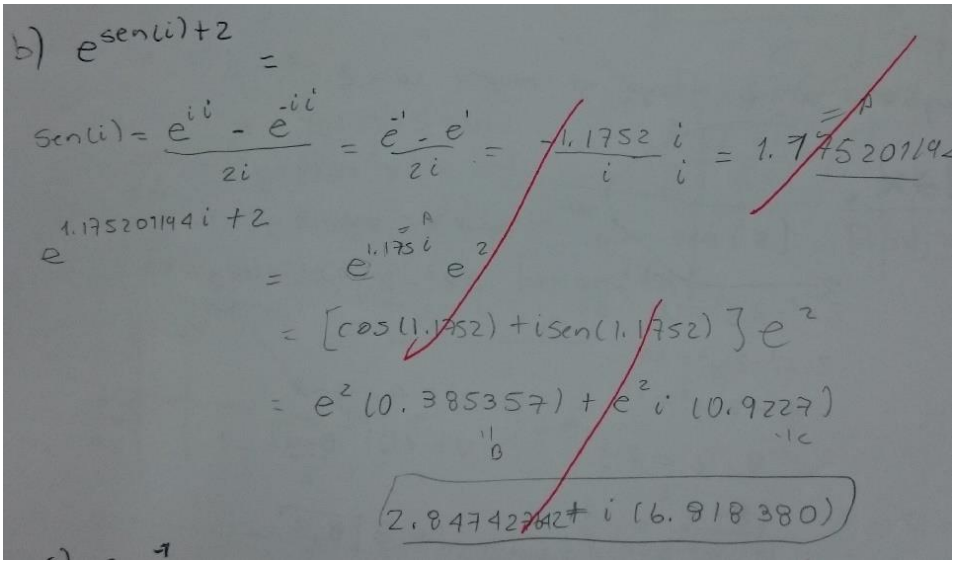


Figura 4.2.2: Estrategia de estudiante grupo experimental.

En este ejercicio, que es muy similar al ejercicio del grupo de control, el estudiante, en primer lugar expresó el número sen(i) de la forma *a* + *bi* y luego se lo suma a 2, por último expresa de la forma *a* + *ib* aplicando el teorema de De Moivre.

En la Práctica 4 (ver anexo II), se les pide a los estudiantes que trabajen en Scilab y comprobar las distintas propiedades de las funciones elementales de variable compleja, algunas prácticas son hechas en la computadoras y otras de la manera tradicional con lápiz y papel, pr ejemplo, la siguiente. Sean,

```
-->z1=4+2*%i; z2=-1+3*%i;

-->exp(z1)*exp(z2)==exp(z1+z2)

 ans  =

  F
```

El resultado da falso debido al error de redondeo de Scilab, sin embargo si lo escribimos individualmente,

-->exp(z1)*exp(z2)

ans =

5.6975073 - 19.260509i

Y también,

-->exp(z1+z2)

ans =

5.6975073 - 19.260509i

Éste es un ejemplo donde se le pide al estudiante que compruebe las propiedades de los números exponenciales complejos usando Scilab.

4.2.2 Ejemplo 2

En este ejercicio se le pide transformar una región en el plano z mediante una función cuadrática.

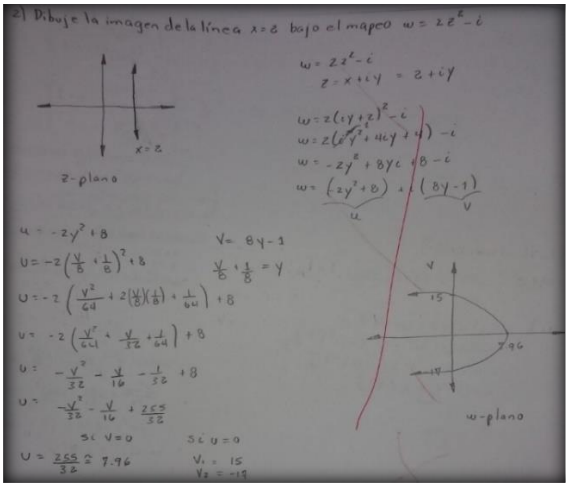


Figura 4.2.3: Resolución correcta de estudiante del grupo experimental.

Se aprecia la resolución al transformar la recta *x = 2* bajo el mapeo asignado. El estudiante logró graficar la expresión en el plano *w*. Hizo de manera correcta las sustituciones, encontró interceptos y graficó.

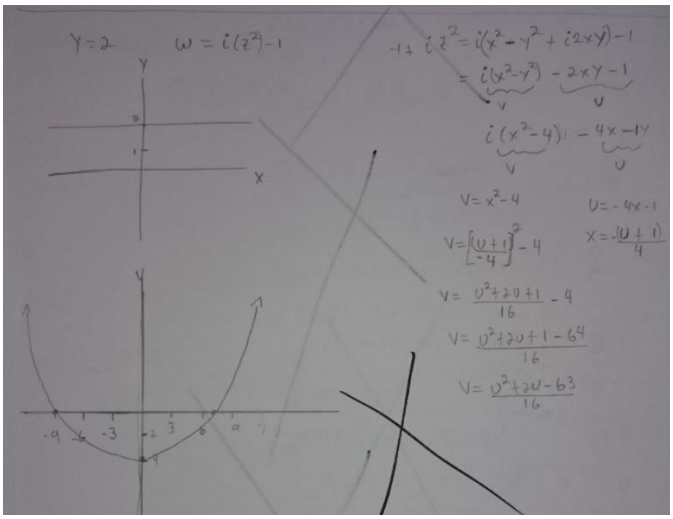


Figura 4.2.4: Resolución incorrecta de estudiante del grupo de control.

El estudiante logró encontrar la ecuación cuadrática producto del mapeo y hacer las sustituciones correspondientes pero no supo encontrar las intersecciones ni el vértice en la figura.

En Scilab, los estudiantes escribieron códigos que les permitieron realizar gráficos de las partes reales e imaginarias de las funciones de variable compleja, tenía como objetivo diferenciar entre los mapeos de funciones de variable real con funciones de variable compleja.

Por ejemplo:

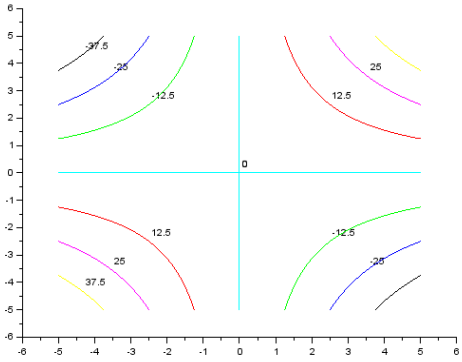
```
-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];

 -->function z=v(x,y)

-->z=2*x'*y;

-->endfunction

-->fcontour2d(x,y,v,7)
```



Curva de nivel de $v(x,y)=2xy$ que corresponde a la parte imaginaria de $f(z)=z^2$

4.2.3 Ejemplo 3

En este ejemplo, se le pide al alumno que estudie la analicidad de las funciones de variable compleja, uno de los problemas más conceptuales y muy importantes en la prueba. Para poder resolverlo, se necesita conocer las condiciones necesarias y suficientes de la analicidad de una función de variable compleja. Si una función $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ y las ecuaciones de Cauchy – Riemann son:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}\ ,\quad -\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial x}$$

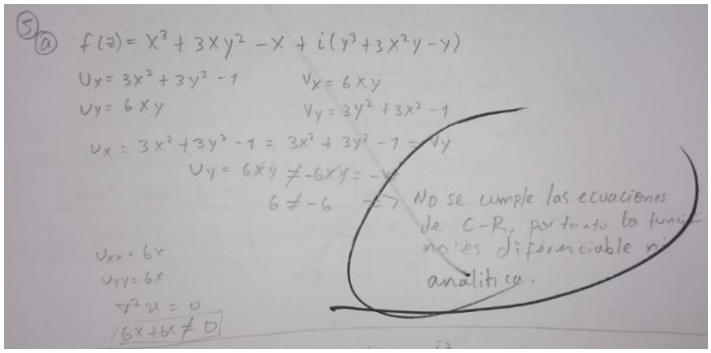


Figura 4.2.5: Resolución incorrecta de estudiante del grupo de control.

El alumno, calculó bien las ecuaciones de Cauchy – Riemann, sin embargo, ésta se cumple en z = 0, concluyé que no es diferenciable ni analítica. La función es diferenciable solo en z = 0 pero no es analítica en ese punto.

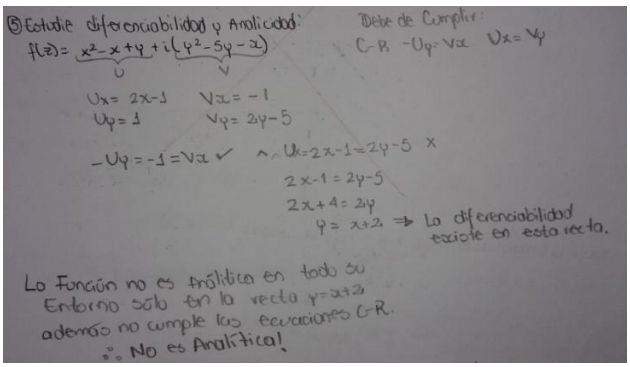


Figura 4.2.6: Resolución correcta de estudiante del grupo de control.

El estudiante demuestra que la función solo tiene derivada en la recta y=x+2 pero no es analítica en esa región.

En estos ejercicios que son más conceptuales, Scilab ayuda a mejorar la compresión de las definiciones y los teoremas, Scilab ayuda a hacer más eficiente los cálculos y que le dé más tiempo al alumnado a comprender la teoría, tan importante en la matemática.

4.2.4 Ejemplo 4

En estos ejercicios se les pide a los estudiantes que demuestren que las funciones definidas en el plano satisfacen la ecuación de Laplace y que encuentren su conjugada armónica para después encontrar una función analítica.

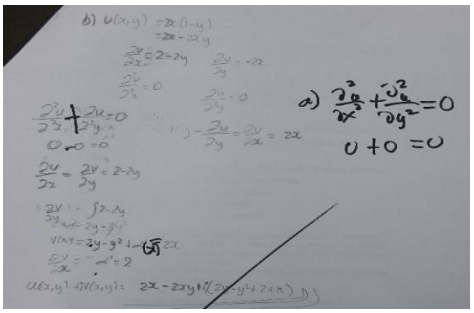


Figura 4.2.7: Estrategia de estudiante grupo de control.

El alumno no recuerda la ecuación de Laplace en el plano. Por lo tanto, no encuentra correctamente la conjugada armónica que conlleva a una incorrecta función analítica.

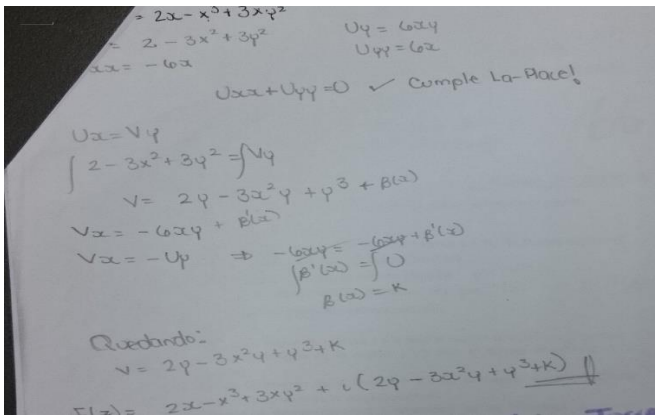


Figura 4.2.9: Estrategia de estudiante grupo experimental.

En este caso, el estudiante del grupo experimental realizó correctamente el ejercicio, resolvió la ecuación diferencial parcial mediante separación de variables.

Al igual que el ejercicio anterior, éste es un ejercicio teórico en que se necesita comprender los conceptos, no se basa en la resolución de las ecuaciones diferenciales parciales, sino, en la construcción de una función analítica a partir de una función de variable real que cumple con la ecuación de Laplace.

4.3 Análisis de datos del Post – test

Para el análisis del post – test (ver anexo 2.1), se realiza una prueba homogénea a ambos grupos. Vamos a llamar Ger (grupo experimental) y GC (grupo de control). Primero se comenzará con una prueba Kolmogorov – Smirnov que consiste en evaluar la normalidad de las calificaciones de ambos grupos. Luego, se realizará una prueba de diferencia de medias para comprobar si existió una diferencia significativa entre las calificaciones de ambos grupos y así comprobar la hipótesis de la investigación. En el grupo experimental se sometieron al post - test

treinta y tres estudiantes (los mismos de la pre – prueba) y treinta y un estudiantes para el post – test del grupo de control (35 de la pre – prueba).

4.3.1 Prueba Kolmogorov – Smirnov y evaluación de la normalidad de los datos

La prueba Kolmogorov – Smirnov bautizada por los matemáticos rusos Andrei Kolmogorov (1903 – 1987) y Nikolai Smirnov (1900 – 1966). Es un método no paramétrico sencillo para probar si existe una diferencia entre una distribución de frecuencias observadas y una distribución de frecuencias teóricas (Levin & Rubin, 2004) en este caso, la distribución normal. Para medir la normalidad de ambos grupos usaremos el software SPSS. La prueba demuestra que ambas muestras se ajustan a una distribución normal (García Bellido, Gonzáles Such, & Jornet Beliá, 2010). El nivel de significancia es de 0.200 y 0.200 para el grupo experimental (GEr) y el grupo de control (GC) respectivamente (Ver tabla 4.3.1)

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra			
		GEr	GC
N		33	31
Parámetros normales[a,b]	Media	49,8485	37,3548
	Desviación estándar	19,62161	18,93594
Máximas diferencias extremas	Absoluta	,099	,113
	Positivo	,060	,113
	Negativo	-,099	-,082
Estadístico de prueba		,099	,113
Sig. asintótica (bilateral)		,200[c,d]	,200[c,d]
a. La distribución de prueba es normal.			
b. Se calcula a partir de datos.			
c. Corrección de significación de Lilliefors.			
d. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.			

Tabla 4.3.1: Evaluación de la normalidad usando la prueba Kolmogorov – Smirnov.

Grupo experimental	Grupo de Control
74	47
74	32
65	20
52	26
15	64
69	19
42	49
12	38
47	35
25	48
31	13
30	37
40	70
45	76
60	24
47	13
57	45
38	41
10	25
75	10
45	69
93	20
50	65
46	23
81	44
57	52
60	10
50	34
27	32
58	20
56	57
63	-
51	-

Tabla 4.3.2: Calificaciones obtenidas del postest.

4.3.2 Prueba de la hipótesis.

Sabiendo que las dos distribuciones de datos se ajustan a una distribución normal, podemos elaborar una prueba de diferencia de medias para muestras grandes a un nivel de confianza del 95% (nivel de significancia $\alpha = 0.05$). La siguiente tabla nos muestra un resumen de los estadísticos de las calificaciones de ambos grupos.

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desviación estándar	Varianza
GEr	33	10,00	93,00	49,8485	19,62161	385,008
GC	31	10,00	76,00	37,3548	18,93594	358,570
N válido (por lista)	31					

Tabla 4.3.3: Resumen de estadísticos de calificaciones de ambos grupos.

Para el planteamiento de la hipótesis, vamos a comparar el rendimiento académico de los estudiantes que fueron expuestos a una metodología tradicional (Grupo de control) y otro que fue expuesto a una metodología alternativa usando el software Scilab.

La hipótesis nula H_0: La aplicación del software Scilab no influye en el rendimiento académico de los estudiantes de la asignatura Variable Compleja de las carreras de Ingeniería Eléctrica, Licenciaturas en Física y Matemática de la UNAH – VS en el primer periodo académico del año 2015.

La hipótesis alternativa [35]H_1: La aplicación del software Scilab en el grupo experimental mejora el rendimiento académico de los estudiantes con respecto al grupo expuesto a una metodología tradicional en asignatura Variable Compleja de las carreras de Ingeniería Eléctrica, Licenciatura en Física y Matemática de la UNAH – VS en el primer periodo académico del año 2015.

Así, podemos definir formalmente nuestras hipótesis a un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ para probar la hipótesis.

$$H_0 : \mu_{GEr} = \mu_{GC}$$
$$H_1 : \mu_{GEr} > \mu_{GC}$$
$$\alpha = 0.05$$

El estimador estadístico viene dado por la fórmula (Levin & Rubin, 2004)

$$z_m = \frac{(\overline{x_{GEr}} - \overline{x_{GC}}) - (\mu_{GEr} - \mu_{GC})_{H_0}}{\sqrt{\frac{{s_{GEr}}^2}{n_{GEr}} + \frac{{s_{GC}}^2}{n_{GC}}}}$$

Donde: $\overline{x_{GEr}}$ = Media de calificaciones de grupo experimental.

$\overline{x_{GC}}$ = Media de calificaciones del grupo de control.

${s_{GEr}}^2$ = varianza de calificaciones de grupo experimental.

${s_{GC}}^2$ = varianza de calificaciones del grupo de control.

n_{GEr} = tamaño de muestra del grupo experimental.

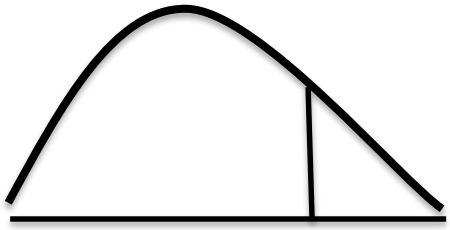
n_{GC} = tamaño de muestra del grupo de control.

[35] Aunque en realidad es la hipótesis de trabajo, se utiliza como hipótesis alternativa ya que facilita el proceso para tomar la decisión sobre la hipótesis correcta que demuestran los resultados.

$(\mu_{GEr} - \mu_{GC})_{H_0} = 0$ diferencia de medias hipotéticas cuyo resultado es cero (ver la hipótesis nula).

De esta manera, nuestra ecuación nos queda,

$$z_m = \frac{(\overline{x_{GEr}} - \overline{x_{GC}})}{\sqrt{\frac{{s_{GEr}}^2}{n_{GEr}} + \frac{{s_{GC}}^2}{n_{GC}}}} = \frac{49.85 - 37.36}{\sqrt{\frac{385.008}{33} + \frac{358.57}{31}}} = 2.59$$



z = 1.64 $z_m = 2.59$

Figura 4.3.1: Gráfico distribución normal.

Nuestro punto crítico (se puede encontrar en cualquier tabla de distribución normal) es 1.64, pero el estadístico $z_m = 2.59$ cae en la región de rechazo de la hipótesis nula (aceptamos H_1), por lo tanto, el rendimiento del grupo experimental fue significativamente superior al grupo de control. Concluimos que, la aplicación del software Scilab en el aula de clases sí mejora el rendimiento académico con respecto al de un grupo expuesto a una metodología tradicional en el primer período del año 2015 en la UNAH – VS.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

- Los estudiantes de variable compleja presentan problemas con los conceptos de asignaturas como el de la derivada o el área bajo la curva pero si recuerdan los procedimientos para resolver una derivada o una integral.
- Muchos estudiantes no recuerdan suficientemente bien las derivadas de funciones como las funciones trigonométricas inversas, que son usadas frecuentemente en Variable Compleja. Algunos, no reconocen las funciones trigonométricas inversas confundiéndolas con las funciones opuestas.
- Los estudiantes no resuelven satisfactoriamente ecuaciones cuadráticas, también demuestran que no conocen de números complejos.
- La mayoría de estudiantes no usan los límites para encontrar las asíntotas verticales y horizontales en una función racional.
- Muchos estudiantes no resuelven de buena manera problemas relacionados con trigonometría, requisito fundamental para el cálculo de direcciones y ángulo entre números complejos.
- El grupo experimental se mantuvo (33 alumnos) en el intervalo de tiempo que duró el experimento (5 semanas) mientras que el grupo de control tuvo una disminución de 35 personas (pre – test) a 31 (post – test) cuestión que, puede tomarse como un indicador de deserción.
- Los estudiantes del grupo experimental mostraron una mejor compresión de los conceptos de función analítica y función entera, respecto al grupo de control en el postest.
- El grupo experimental obtuvo mejores resultados en cuanto al cálculo de números complejos (funciones elementales) que el grupo de control.
- El índice de aprobación en el postest fue casi el doble en el grupo de control (16% aproximadamente) frente al grupo experimental (30% aproximadamente)
- La aplicación del software Scilab en la enseñanza de la Variable compleja mejora el rendimiento académico de los estudiantes con respecto al

rendimiento que muestra un grupo en el que se utiliza una metodología conductista de enseñanza.

5.2 Recomendaciones.

- Profundizar en las más aplicaciones como ser: integración, series y sucesiones de variable compleja, temas que presentan dificultad en los estudiantes de variable compleja.
- Integrar en cada una de las aulas del Departamento de Matemática herramientas tecnológicas que permitan al estudiante realizar cálculos de manera más rápida y precisa, ya que cada aula está equipada con proyectores e internet para realizar diferentes tareas.
- Se aconseja investigar la incidencia de algunos software libres matemáticos como Octave o Maxima en otras asignaturas que presentan dificultades a los estudiantes, como ser Cálculo II, ecuaciones diferenciales o Vectores y matrices.
- Incentivar a los estudiantes y docentes a incoporar las TICs en el aula de clases para que ayuden a los alumnos en la comprensión de temas más complejos.
- Utilizar herramientas para dispositivos móviles que se disponen actualmente, especialmente de plataforma abierta (Android) como alternativa a una enseñanza tradicional (M – Learning), algunos programas como ser Octave y Maxima que se pueden aprovechar con el desarrollo de los teléfonos inteligentes y tabletas electrónicas.
- Promover en el estudiantado el uso de software Libre en todas las actividades académicas y en su vida profesional.

Bibliografía

Gil, L. G., Calvo, I., & Gil, Y. (2011). *Universidad de Costa Rica.* Obtenido de http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/540/supp/540-1430-1-SP.pdf

Antuña, J. M. (2012). *Teoría de funciones de variable compleja.* La Habana: Editorial Universitaria de la Universidad de La Habana.

Apostol, T. (1973). *Mathematical Analysis.* Amsterdam, London, Sydney: Addison Wesley.

Arroyo, E. (2006). Software educativo y colaborativo para el aprendizaje de la asignatura Tecnología Didáctica I. *OMNIA*, 109 - 122.

Ascheri, M., & Pizarro, R. (2006). *Universidad de La Pampa.* Obtenido de Universidad de La Pampa: http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/19161/Documento_completo.pdf?sequence=1

Baudin, M. (Noviembre de 2010). *SCILAB.* Obtenido de http://www.scilab.org/resources/documentation/tutorials

Bayón, L., Grau, J., Otero, J., Ruiz, M., & Suárez, P. (2011). Uso de las herramientas de Software Libre para la enseñanza de las matemáticas en los nuevos grados. *Departamento de Matemáticas, EPI Gijón, Universidad de Oviedo*.

Bottazini, U. (1986). *The Higher Calculos: A History of real and complex analysis from Euler to Weierstrass.* Berlin: Springer - Verlag.

Boyer, C. (1968). *A History of Mathematics.* New York: John Wiley & Sons.

Cabero Almenara, J. (2003). *Universidad de Sevilla*. Obtenido de Universidad de Sevilla: http://tecnologiaedu.us.es/cuestionario/bibliovir/ES140.pdf

Campbell, S., Chancelier, J.-P., & Nikoukhah, R. (2006). *Modeling and Simulation in Scilab/Scicos.* New York: Springer.

Carrión, E. (2002). Validación de características al ingreso como predictores del rendimiento académico de la carrera de medicina. *Revista cubana de educación médica superior*, 5-18.

Castejón, C., & Pérez, S. (1998). Un modelo casusal-explicativo sobre la influencia de las variables psicosociales en el rendimiento académico. *Revista Bordon*, 170-184.

Chapman, S. (2000). *Máquinas eléctricas.* Hamburgo: McGraw - Hill.

Churchill, R., & Ward Brown, J. (2009). *Complex Variables and applications.* New York, NY: The McGraw-Hill Companies.

Cobos, E. M. (Noviembre de 2009). *EUMED.* Obtenido de EUMED: http://www.eumed.net/rev/ced/09/emrc.htm

Dávila, N., García, D., Gómez, E., Hernández, J., Martel, M., & Vásquez, F. (1996). *Universidad de Valencia.* Obtenido de UV: http://www.uv.es/asepuma/VI/29.PDF

Derrick, W. (1987). *Variable compleja con aplicaciones.* México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Ferro, C., Martinez, A. I., & Otero, M. C. (2009). VENTAJAS DEL USO DE LAS TICs EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE BAJO LA ÓPTICA DE LOS DOCENTES UNIVERSITARIOS ESPAÑOLES. *Revista Electrónica de Tecnología Educativa*.

Garbanzo Vargas, G. M. (2007). Factores asociados al rendimiento académico en estudiantes universitarios, una reflexión desde la calidad de la educación pública. *Revista Educación*, 43-63.

García Bellido, R., Gonzáles Such, J., & Jornet Beliá, J. (2010). *Universitat de Valencia.* Obtenido de Universitat de Valencia: http://www.uv.es/innomide/spss/SPSS/SPSS_0802A.pdf

Heinz, F., & Da Rosa, F. (2007). *Guía práctica sobre software libre: su selección y apliacación local en Latinoamérica y el Caribe.* Montevideo: UNESCO. Obtenido de http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001560/156096s.pdf

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación.* Buenos Aires: McGraw Hill.

Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. (2013). *Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos.* Oxford: Elsevier Academic Press.

Idiart, M., Knoblauch, M., Scarabino, A., & Costa, V. (2010). Enseñanza del álgebra lineal para alumnos de ingeniería en aereonautica: una experiencia motivadora. *World Congress & Exhibition ENGINEERING 2010* (págs. 1-20). Buenos Aires: UADI/CAI.

Juan, Á., & Bautista, G. (julio de 2011). *Universitat Oberta de Catalunya.* Obtenido de UOC: http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html

Kilpatrick, J. (1998). La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. *Educación Matemática*, 11.

Kleiner, I. (1988). Thinking the Unthinkable: The Story of Complex Numbers (with a Moral). *Mathematics Teacher*, 583-592.

Kolman, B., & Hill, D. R. (2006). *Álgebra lineal.* México: Prentice Hall.

Levin, R., & Rubin, D. (2004). *Estadística para administración y economía.* México: Pearson.

Luzardo, D., & Peña P., A. J. (2006). Historia del álgebra lineal hasta los Albores del Siglo XX. *Divulgaciones Matemáticas*, 154-170.

Lynch, S. (2014). *Dynamical Systems with applications using MATLAB.* London: Birkhauser.

Majo, J. (2005). *UOC.* Obtenido de UOC: http://www.uoc.edu/web/esp/articles/joan_majo.html

Marchesi, Á. (Mayo de 2000). *Revista Iberoamericana de Educación.* Obtenido de Revista Iberoamericana de Educación: http://www.rieoei.org/rie23a04.PDF

Marqués, P. (1999). *Laboratori de Mitjans Interactius.* Obtenido de Laboratori de Mitjans Interactius: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/#capitol1

Marsdem, J., & Tromba, A. (2004). *Cálculo Vectorial.* Madrid: Pearson Education.

Mason, R. (1991). Moderating educational computer conferencing. *Deosnews*.

Mastin, L. (2010). *Story of Mathematics*. Obtenido de Story of Mathematics: http://www.storyofmathematics.com/16th_tartaglia.html

Montero, E., Villalobos, J., & Valverde, A. (2007). Factores institucionales, pedagógicos, psicosociales y sociodemográficos asociados al rendimiento académico en la Universidad de Costa Rica: un análisis multinivel. *Relieve*, 215-234.

Morrissey, J. (2006). *Colección educ.ar.* Obtenido de Colección educ.ar: http://coleccion.educ.ar/coleccion/CD30/contenido/pdf/morrisey.pdf

Nafalska, M. M. (Septiembre de 2010). *Institut für Mathematik.* Obtenido de Institut für Mathematik: http://www3.math.tu-berlin.de/matheon/projects/Z1.4/scilab/Skript+Programme/Skript/Skript.pdf

Nahin, P. J. (1998). *An Imaginary Tale: The Story of "i" [the square root of minus one].* Princeton: Princeton University Press.

Namakforoosh, M. N. (2010). *Metodología de la Investigación.* México: Limusa.

Neuenschwander, E. (1981). Studies in the history of complex funtions theory II: Interactions among the french school, Riemann, and Weierstrass. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 87 - 105. Obtenido de The Project Euclid: http://projecteuclid.org/download/pdf_1/euclid.bams/1183548291

Norton, R. (2005). *Diseño de Maquinaria.* México: McGraw - Hill.

Ordoñez, G. R. (2012). *Universidad Nacional de Colombia.* Obtenido de Universidad Nacional de Colombia: http://www.bdigital.unal.edu.co/9099/1/8410504-2012.pdf

Palomar, M. J. (2009). VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LAS TIC EN LA . *Innovación y experiencias educativas*, 6.

Peñalbo, F. J. (2002). SOFTWARE EDUCATIVO: EVOLUCIÓN Y TENDENCIAS. *Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca*, 19 - 29.

Pérez-Luño, A., Ramón, J., & Sánchez, J. (2000). *Análisis exploratorio de las variables que condicionan el rendimiento académico.* Sevilla: Universidad Pablo de Olavide.

Pulido, P. O. (2002). *Universidad Complutense de Madrid.* Obtenido de Universidad Complutense de Madrid: http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t25694.pdf

Rodríguez, P. (Mayo de 2004). *Universidad de Málaga.* Obtenido de Universidad de Málaga: http://www.biblioteca.uma.es/bbldoc/tesisuma/16701604.pdf

Rudin, W. (1980). *Principios de Análisis Matemático.* México: McGraw Hill.

Salinas, J. (1999). *Tecnología EDU.* Obtenido de Tecnología EDU: http://tecnologiaedu.us.es/cuestionario/bibliovir/gte38.pdf

Salinas, J. (2002). Modelos flexibles como respuestas de las universidades a la sociedad de la información. *Acción pedagógica*, 4-13.

Salinas, J. (Noviembre de 2004). Innovación docente y uso de las tics en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y sociedad del conocimiento*, 1-16. Obtenido de UOC: http://www.uoc.edu/rusc/dt/esp/salinas1104.pdf

Squires, D., & McDougall , A. (2001). *Cómo elegir y utilizar software educativo: guía para el profesorado.* Madrid: Morata.

Stallman, R. (2004). *Software libre para una sociedad libre.* Madrid: Traficantes de sueños.

Tejedor, F. T., & García, A. (2007). Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario(en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES. *Revista de Educación*, 443-473.

Tournon, J. (1984). *Factores del rendimiento académico en la universidad.* España: Ediciones Universidad de Navarra.

UNESCO. (2013). *Enfoques estratégicos sobres las TICs en Eduación en América Latina y el Caribe.* Santiago: OREALC/UNESCO. Obtenido de UNESCO.

Vasquez, C., Besada, M., Le Creurer, I., Garcia, J., Mirás, M., & Quinteiro, C. (2002). *Universitat de València.* Obtenido de Universitat de València: http://www.uv.es/asepuma/XI/45.pdf

Velásquez, C. M. (1998). *INSTITUTO LATINOAMERICANO DE LA COMUNICACIÓN EDUCATIVA.* Obtenido de INSTITUTO LATINOAMERICANO DE LA COMUNICACIÓN EDUCATIVA: http://observatorio.ilce.edu.mx/documentos/Evaluacion_software_educativo.pdf

Villadepaz, J. R. (1998). *Grupo de Sistemas Multimédia*. Obtenido de Grupo de Sistemas Multimédia: http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342421438126M.PDF

Villadepaz, J. R. (1998). *Universidade de Coimbra.* Obtenido de Universidade de Coimbra: http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342421438126M.PDF

Vretblad, A. (2003). *Fourier Analysis and its applications.* New York: Springer-Verlag.

Wunch, D. (1997). *Variable compleja y sus aplicaciones.* Madrid: Addison-Wesley Pub. Co.

ANEXOS

ANEXO I: TALLERES

TALLER I

Generalidades, números reales, complejos y sus propiedades en SCILAB.

Objetivos específicos:

- Obtener una visión general del entorno Scilab.
- Manejar correctamente los operadores aritméticos básicos.
- Comprobar las propiedades de los números reales y complejos usando correctamente los operadores lógicos.

Contenidos:

- Visión general del entorno SCILAB.
- Creando variables y los operadores aritméticos con números reales.
- Funciones elementales en SCILAB.
- Variables Booleanas.
- Operaciones y propiedades de números complejos.

1.1 Visión general del entorno SCILAB

Scilab es un lenguaje de programación que lo podemos asociar a una amplia gama de algoritmos numéricos que nos ayudan a resolver múltiples problemas en computación científica. También, se le considera un clon de MATLAB.

Scilab es desarrollado por INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) y la ENPC (École Nationale des Ponts et Chaussées) desde 1990, por Scilab Consortium dentro de la fundación Digiteo desde 2008, Scilab es ahora desarrollado por Scilab Enterprises desde julio 2012.

Desde el punto de vista de software, se le interpreta como un lenguaje (Baudin, 2010). También, desde el punto de vista de licencia, es software libre, en este caso, los usuarios no pagan por él, además, en la web se cuenta con muchos tutoriales e investigaciones que se basan en el software.

Puede ser instalado en múltiples plataformas: Windows, Mac y en todas las distribuciones de Linux.

Scilab tiene múltiples herramientas con capacidades, entre ellas están: (Campbell, Chancelier, & Nikoukhah, Modeling and Simulation in Scilab/Scicos, 2006)

- Álgebra de vectores y matrices.
- Funciones polinomiales, racionales y trigonométricas.
- Interpolación, aproximaciones.
- Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales.
- Traslador de MATLAB a Scilab.
- Procesamiento de señales.
- Optimización lineal, cuadrática y no lineal.
- Gráficos en 2D y 3D de funciones.

- Es software para cálculo numérico.
- Muestreo aleatorio y estadísticas.

1.2 Creando variables en la consola de SCILAB.

En Scilab las variables se pueden crear usando el operador =, por ejemplo,

```
-->x=1

x  =

    1.
```

Se puede usar el comando (;) si no se quiere desplegar el varlor de la variable, sin embargo, la variable se ha guardado, por ejemplo,

```
-->y=12;
```

Como vemos, no aparece nada. Podemos usar el símbolo // para insertar comentarios en una línea, por ejemplo,

```
-->z=x+y //estamos sumando las variables anteriores

 z  =  13.
```

Notemos que los operadores básicos para suma y resta son los mismos que usualmente usamos: +, -, *, / y ^ para la suma, resta, multiplicación, división y potencia.

Hay que recalcar que SCILAB diferencia entre minúsculas y mayúsculas, por ejemplo:

```
-->A=3;

-->a=17;

-->(A*a)-A

 ans  =

   48.
```

¡Compruébelo con lápiz!

Para hacer cálculo de raíz cuadrada, usaremos el comando:

```
-->sqrt(10000)

 ans  =

   100.
```

Práctica 1

Calcular el valor numérico de usando SCILAB:

a) $7^3 - 6(1-64)$

b) $\frac{10}{\sqrt[3]{\frac{3}{2} - \frac{16}{4}}}$

c) $2^3 + 5\sqrt{\sqrt{81} - 80}$

d) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ si a = 4, b = -3 y c = 12.

e) Calcule el volumen de una esfera de radio 7. Para escribir pi, usaremos %pi. Recordemos que $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

1.3 Funciones elementales.

En ingeniería y ciencias, es común el uso de funciones trigonométricas, logarítmicas y exponenciales, la tabla siguiente contiene los comandos de las funciones elementales más usadas:

exp	**log**	**log10**	**log2**
cos	sin	tan	sec
csc	cot	acos	asin
atan	asec	acsc	acot
sinh	cosh	tanh	sech
csch	coth	acosh	asinh
atanh	asech	acsch	acoth

Figura 1: Funciones elementales en Scilab

En las funciones trigonométricas, los argumentos se escriben en radianes y no en grados.

Algunos ejemplos:

```
-->x=cos(5); //comprobando la identidad Pitagórica

-->y=sin(5);

-->x^2+y^2

 ans  =

    1.

-->s=sin(%pi)

 s  =

    1.225D-16
```

La razón por la que sin(π) no es exactamente cero se debe a que, Scilab guarda números reales con una variable flotante y por lo tanto, se pierde precisión. Algunas de las constantes usadas en ingeniería son:

%i Unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$

%e	Constante de Euler, e
%pi	Constante π

Figura 2: Variables predefinidas con la sintáxis en Scilab

Práctica 2

Calcular el valor numérico

a) Ln(1-i)
b) $\cos(1.5\pi) - \csc(1.3)$
c) $e^{1.6^{1.8}}$
d) $\log(1.8) - \cos(\sin(0.8))$

1.4 Variables Booleanas[36]

Las variables Booleanas son aquellas que admiten solo dos valores: Verdaderos (T) y falsos (F). Los operadores de comparación retornan valores booleanos, también, los operadores de comparación están incluidos en Scilab. La figura siguiente presenta los operadores de comparación disponibles en Scilab

a&b	**Lógico (y)**
a|b	Lógico (o)
~a	Lógico (no)
a==b	Verdadero si las dos expresiones son iguales
a~=b ó a<>b	Verdadero si las dos expresiones son distintas
a<b	Verdadero si a es menor que b
a>b	Verdadero si a es mayor que b
a<=b	Verdadero si a es menor que o igual a b
a>=b	Verdadero si a es mayor que o igual a b

Ejemplos:

1. -->6==6 //comprobando que son iguales

ans =

T

2. -->x=4; y=-7;

[36] En honor al matemático George Boole (1815 – 1864), inventor del álgebra Booleana y considerado uno de los fundadores de la Ciencia de la Computación.

-->abs(x*y)==abs(x)*abs(y) //abs(x) representa el valor absoluto de un número.

ans =

T

3. -->z=1-%i*3; c=8;

-->z==c
ans =
F

1.5 Operaciones con números complejos

Para declara números complejos, se hace de la misma manera que cuando definimos números reales, por ejemplo, en la consola:

-->m=2+3*%i; n=7-6*%i; //m=2+3i y n=7-6i

-->abs(m) //calculando módulo de m

ans =

3.6055513

-->abs(n) //calculando módulo de m

ans =

9.2195445

-->conj(m) //Conjugado de m

ans = 2. - 3.i

-->conj(n) //calculando módulo de n

ans =

7. + 6.i

-->conj(m/n)==conj(m)/conj(n) //comprobando una de las propiedades de los conjugados

ans =

T

-->isreal(m)

ans =

F

-->imag(n)

```
 ans  =

  - 6.

-->imag(m)

 ans  =

    3.

-->real(n)

 ans  =

    7.

-->real(m)

 ans  =

    2.
```

Practica 3.

a) Sean $z_1 = 7 - 5i$ y $z_2 = 4 + 3i$. Compruebe la desigualdad triangular en Scilab: $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

b) Con los mismos número complejos que en a), comprobar las propiedades de los conjugados y módulos.

c) Con los mismos números complejos, compare usando los operadores booleanos

TALLER II
Vectores, matrices y gráficos en SCILAB.

Objetivos específicos:

- Escribir vectores y matrices en Scilab
- Realizar operaciones básicas con matrices
- Calcular inversas de matrices
- Resolver sistemas de ecuaciones lineales usando Scilab
- Graficar funciones reales en 2D y 3D en Scilab.
- Graficar números complejos y partes reales e imaginarias de funciones de variable compleja.

Contenidos:

- Vectores y matrices en Scilab.
- Graficos en 2D y 3D.
- Representación de las partes reales e imaginarias de funciones de variable compleja en SCILAB.

2.1 VECTORES Y MATRICES

2.1.1 Creando vectores y matrices

Crear vectores y matrices en Scilab es sumamente sencillo. Para representarlas solo necesitamos escribir los elementos de la matriz o vector entre corchetes [ ]. Ejemplo 2.1.1: si queremos crear el vector fila [2, 5, 9], solo basta con definir

```
-->A=[2 5 9]

 A  =

    2.    5.    9.
```

Cada número se separa con la tecla *space.*

Si queremos definir un vector columna, por ejemplo $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$, entonces, en Scilab

escribimos: -->B=[3;-4;-1]

```
 B  =

    3.

  - 4.

  - 1.
```

Cada punto y com (;) permite saltar a la siguiente línea en Scilab. Crear una matriz, es una combinación de lo anterior, asi, podemos escribir:

-->C=[3 9 0; -4 5 3; 2 0 3]

C =

3. 9. 0.

- 4. 5. 3.

2. 0. 3.

Además, podemos crear matrices con valores complejos:

-->D=[3 -%i 1-%i; 0 1 %i;6-%i 1 6]

D =

3. - i 1. - i

0 1. i

6. - i 1. 6.

También podemos crear matrices mediante el uso de algunas funciones. En la tabla siguiente podemos encontrar las funciones que nos permiten construir matrices que comunmente se usan en álgebra lineal.

Eye	**Matriz identidad**
One	Matriz
Zeros	Matriz cero
rand	Generador de números aleatorios

Tabla 2.1: Fuente: http://mmc.geofisica.unam.mx/acl/anum/Ejemplitos/SciLab/manual_scilab.pdf

Ejemplo 2.1.2: Generar matrices usando las funciones predefinidas.

-->G=ones(4,4) //matriz de unos de 4 x 4

G =

1. 1. 1. 1.

1. 1. 1. 1.

1. 1. 1. 1.

1. 1. 1. 1.

-->eye(3,3) //matriz identidad de 3 x 3

ans =

1. 0. 0.

0. 1. 0.

0. 0. 1.

-->zeros(4,4) //matriz 0 de 4 x 4

ans =

0. 0. 0. 0.

0. 0. 0. 0.

0. 0. 0. 0.

0. 0. 0. 0.

-->rand(4, 5) // matriz aleatoria de 4 x 5

ans =

0.2113249 0.6653811 0.8782165 0.7263507 0.2312237

0.7560439 0.6283918 0.0683740 0.1985144 0.2164633

0.0002211 0.8497452 0.5608486 0.5442573 0.8833888

0.3303271 0.6857310 0.6623569 0.2320748 0.6525135

2.1.2 Operaciones elementales con vectores y matrices.

La tabla siguiente muestra los operadores para las distintas operaciones que se realizan entre dos o más matrices.

+ adición
- Resta
*** Multiplicación**
/ división por la derecha
\ división por la izquierda
^ y ** potencia
, traspuesta y conjugada

Para sumar y/o restar matrices, hay que recordar que ambas matrices tienen el mismo tamaño (Kolman & Hill, 2006).

Ejemplo 2.1.3: Si definimos las siguientes matrices:

-->A=[3 5 8 9; 2 6 0 3; 1 9 -4 4]; B=[7 -5 4 -9; 4 0 0 6; 11 4 0 6]; //suma de matrices

-->A+B

ans =

10. 0. 12. 0.

6. 6. 0. 9.

12. 13. - 4. 10.

-->2*A-6*B //Multiplicación por escalares.

ans =

- 36. 40. - 8. 72.

- 20. 12. 0. - 30.

- 64. - 6. - 8. - 28.

Sean A de tamaño (mxn) y B de tamaño (nxp) matrices. Para multiplicar *AB* el números de columnas de A debe coincidir con el número de filas de B.

Ejemplo 2.1.4: definamos las matrices $A=\begin{pmatrix} 4 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, en Scilab

-->A=[4 -6 3; 0 0 2; -2 -1 0]; B=[1; 3; 5];

-->A*B

ans =

1.

10.

- 5.

Si multiplicamos BA, entonces

-->B*A

!--error 10

Inconsistent multiplication.

El programa nos dice que la multiplicación es inconsistente.

PRÁCTICA 4

a) Sean $A=\begin{pmatrix} 4 & -6 & 2-i \\ 4+i & 0 & i \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -4 & -1 & 4-i \\ i & 6 & i \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 11 & -1 & 5 \\ 6 & -6 & 4 \\ 5 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Calcule

i) $BA+3A$

ii) $A^{-1}B$

iii) $A^5 - 3B + 5C$

iv) $6A^4 + iB^3 - 5C$

v) $(A^4 + B - 4C)^{-1}$

b) ¿El sistema siguiente tiene solución?, ¿Cuál es?

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 6 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 &= -12 \\ -x_1 + x_2 + 5x_3 &= 15 \end{aligned}$$

c) Calcule la norma de los siguientes vectores.

i) $A = \begin{pmatrix} i \\ 7 \\ -6 \\ 4 \end{pmatrix}$

ii) $B = \begin{pmatrix} 1-i \\ 0 \\ -i \\ 5-2i \end{pmatrix}$

iii) $C=[2\ 6\ 7]$

iv) $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}$

v) Calcule el producto interno de A y B, D y A.

TALLER III

Gráficos en 2D y 3D.

Graficar es una de las tareas más comunes en matemática aplicada, ingeniería y física. Además, es una de las prestaciones que nos brinda el hacer uso de un programa de cálculo simbólico o numérico y Scilab no es la excepción. En esta sección del manual, introduciremos comandos y técnicas usadas en Scilab para poder hacer gráficos de calidad.

2.2.1 Gráficos en 2D

Para crear gráficos en 2 dimensiones en SCILAB, necesitamos tres pasos básicos:

- Definir la función
- Especificar el rango de valores donde queremos graficar la función.
- Llamar a Scilab *plot2d(x,y)*

Ejemplo 2.2.1

```
-->x=[0:0.001:6];
    y=sin(x);
    plot2d(x,y)
```

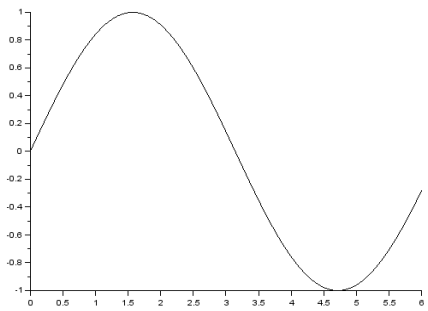


Figura 2.1: Gráfico de sin(x) en [0, 6]

Otra forma de graficar en 2D es definiendo una función previo a graficar, por ejemplo si queremos graficar la función $f(x) = x\sin(x)$, definamos primero la función y luego la ploteamos,

```
-->x=[0:0.001:4];
 function [y]=f(x)
    y=x*sin(x);
 endfunction
      y=feval(x,f);
```

plot2d(x,y)

Cuyo resultado es,

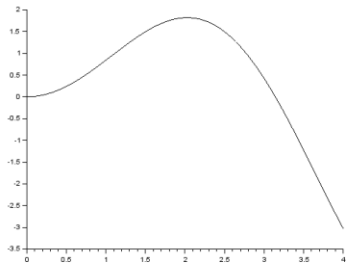


Figura 2.2: Gráfico de la función $f(x) = x\sin(x)$

Si queremos añadir etiquetas al gráfico en los ejes, entonces podemos hacer uso del comando xlabel (para el eje x) y ylabel (para el eje y) y t

Ejemplo 2.1.2,

x=[0:0.001:3*%pi]'; plot2d(x,sin(x)); xlabel(" Tiempo ") ;
ylabel(" Corriente "); title("Función seno"); //titulo y etiquetas en los x e y. a=gca(); a.grid=[1,2]; //Activo el grid uno de color negro y otro de color azul.

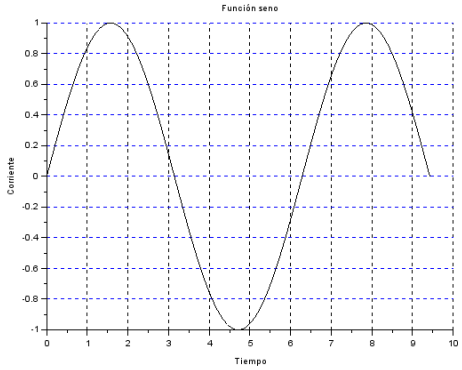


Figura 2.3: Grafico de sin(x) con grid de color negro y azul

Ejemplo 2.1.3. Si queremos graficar una familia de funciones, digamos $f_m(x) = x\cos(mx)$, donde $x \in [-4,4]$ y $m \in \{2,3,7\}$, entonces, en Scilab:

-->function y=f(x,m)

-->y=x*(cos(m*x))

-->endfunction

-->x=[-4:0.001:4];

-->m=2; y1=feval(x,f);

-->m=3; y2=feval(x,f);

-->m=7; y3=feval(x,f);

-->plot2d(x,y1,style=3); plot2d(x,y2,style=7); plot2d(x,y3,style=2)

Note que style=i, nos dice da el color del gráfico. Por ejemplo i=1 es negro, i=2 azul, i=3 verde, i=4 es amarillo, i=5 rojo, i=6 magenta.

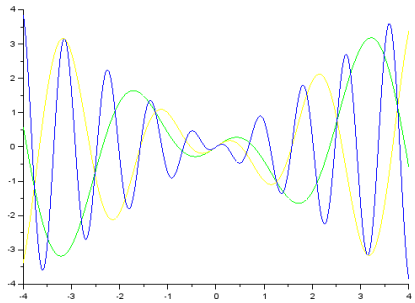


Figura 2.4: Familia de funciones $f_m(x) = x\cos(\mathrm{m}\,x)$

Notemos que los gráficos anteriores traen por defecto algunos colores y estilos en los gráficos. Sin embargo, en SCILAB, se pueden modificar los estilos y colores. La siguiente tabla nos muestra los colores, los puntos y las líneas

COLORES	PUNTOS	LÍNEA
b azul	. punto	- sólida
g verde	O círculo	: punteada
r rojo	x marca	-. Punteada y discontínua
c Cian	+ más	--línea discontínua
m magenta	*Extrella	p Pentagrama
y amarillo	s cuadrado	^triángulo arriba
k negro	d diamante	< triángulo izquierda
w blanco	h hexagrama	>triángulo derecha
		v triángulo derecha

Tabla 2.2. Fuente: http://www.ceduvirt.com/graficacion.php

Ejemplo 2.1.4: Escribamos

-->x=-8:0.01:8;

-->y=x.^3+2*x.^2;

-->plot(x,y, 'g:d') // Línea verde punteada.

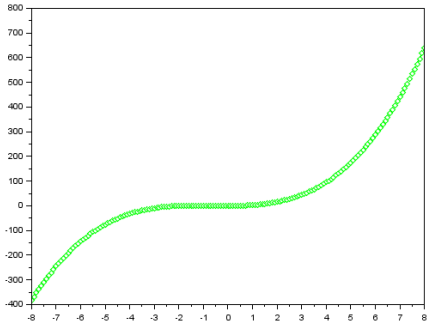


Figura 2.5: Función $x^3 + 2x^2$

Ejemplo 2.1.5: Escribamos

-->x=0:0.1:2*%pi;

-->y=2*x.*cos(3*x);

-->plot(x,y,'r.-.') //gráfico rojo, punteado y discontínuo.

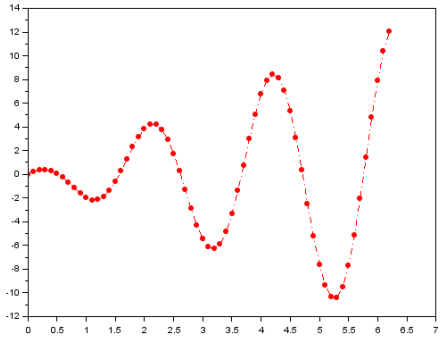


Figura 2.6: Función $2x\cos(4x)$ en $[0,2\pi]$

2.2.2 Gráficos en 3D.

Para graficar funciones en 3D, el procedimiento es similar para graficos en 2D. Los gráficos tridimensionales tienen formas específicas (Marsdem & Tromba, 2004)

Ejemplo 2.2.1. Si vamos a graficar la función $z = yx^2$, en Scilab escribimos.

-->x=-5:0.1:5; // eje x

-->y=-5:0.1:5; // eje y

-->z=y'*(x.^2); // función

-->plot3d(x,y,z)

Notemos que el apóstrofe nos indica el vector traspuesto de y, nos sirve para poder multiplicarlo por el vector x^2. El resultado es:

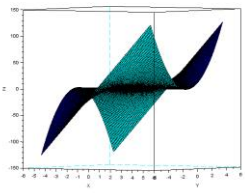


Figura 2.5: Gráfico tridimensional de $z = yx^2$

Si movemos el gráfico, obtenemos la figura siguiente.

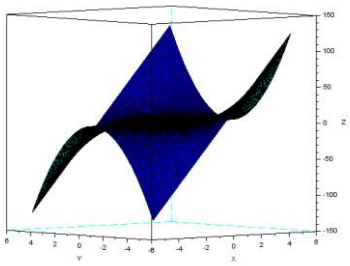


Figura 2.6: Gráfico tridimensional de la figura anterior en rotación

Usemos una función para poder graficar en 3D (Nafalska, 2010).

Ejemplo 2.2.2 . Escribamos

```
-->clf
-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];
-->function z=f(x,y)
-->z=x^2-2*y^2;
-->endfunction
```

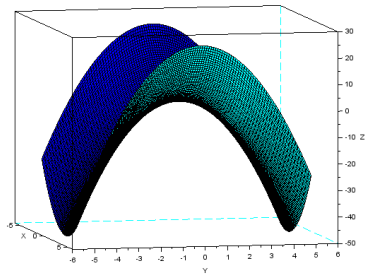


Figura 2.7: Gráfico tridimensional de $z = x^2 - 2y^2$

Ejemplo 2.2.3 . Escribamos

```
-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];
-->function z=f(x,y)
-->z=sin(x+y);
-->endfunction
-->fplot3d(x,y,f)
```

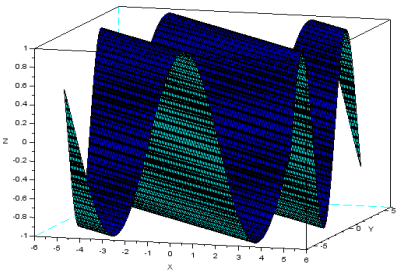


Figura 2.8: Gráfico tridimensional de $z = \sin(x + y)$

Ejemplo 2.2.4. Escribamos en Scilab -->x=[-5:0.06:5]; y=[-5:0.06:5]; //redefiniendo la cantidad de puntos

-->function z=f(x,y)

-->z=sin(x*y'+2);

-->endfunction. El resultado es:

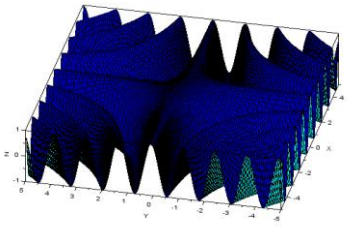


Figura 2.9: Gráfico tridimensional de $z = \sin(xy + 2)$

Volvamos al ejercicio anterior, veamos que, si escribimos:

-->x=[-2:0.06:2]; y=[-2:0.06:2]; // se modificó el rango en x e y.

-->function z=f(x,y)

-->z=sin(x*y'+2);

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,f)

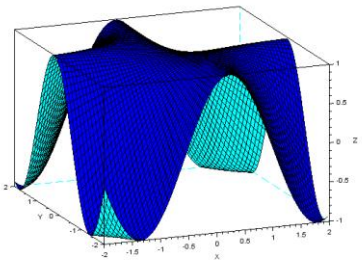


Figura 2.10: Gráfico tridimensional de $z = \sin(xy + 2)$ con rango de valores modificados.

Ejemplo 2.2.5: Recordemos que los gráficos de funciones complejas no se pueden graficar como los de variable real, debido a que su dominio tiene dos dimensiones (x e y) y su contradominio también.

Por ejemplo, con la función compleja $f(z) = z^2$, sus partes reales e imaginarias son $u(x,y) = x^2 - y^2$ y $v(x,y) = 2xy$ respectivamente (comprobarlo a mano).

El gráfico para la función $u(x,y)$, lo realizamos de la manera siguiente

-->x=[-3:0.06:3]; y=[-3:0.06:3];

-->function z=u(x,y)

-->z=x.^2-y.^2;

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,u)

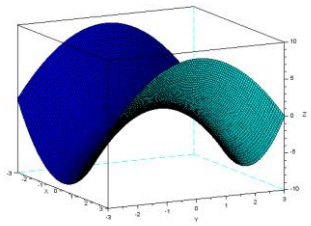


Figura 2.11: Gráfico de $u(x,y) = x^2 - y^2$ que corresponde a la parte real de $f(z) = z^2$

Ahora, la parte imaginaria de la función compleja $f(z) = z^2$ es $v(x,y) = 2xy$. Escribamos en SCILAB,

```
-->clf

-->x=[-3:0.06:3]; y=[-3:0.06:3];

-->function z=v(x,y)

-->z=2*x'*y;

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,v)
```

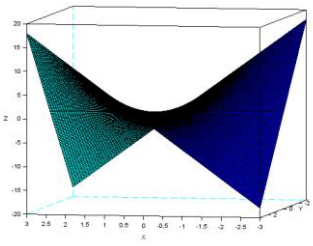


Figura 2.12: Gráfico de $v(x,y) = 2xy$ que corresponde a la parte imaginaria de $f(z) = z^2$

También, puede ser de utilidad las curvas de nivel. Una curva de nivel es un subconjunto del espacio tridimensional donde la función *f* es constante (Marsdem & Tromba, 2004). Para visualizar las curvas de nivel para la parte real, escribimos en SCILAB,

```
-->x=[-5:0.1:5];  y=[-5:0.1:5];

-->function z=u(x,y)

-->z=x.^2-y.^2;

-->endfunction

-->fcontour2d(x,y,u,7)
```

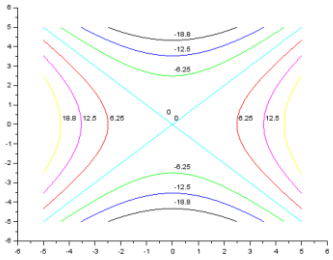


Figura 2.13: Curva de nivel de $u(x,y) = x^2 - y^2$ que corresponde a la parte real de $f(z) = z^2$

De manera similar se grafica para la parte imaginaria:

-->clf

-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];

-->function z=v(x,y)

-->z=2*x'*y;

-->endfunction

-->fcontour2d(x,y,v,7)

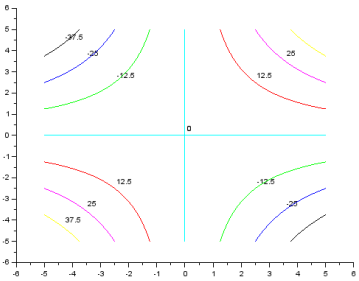


Figura 2.14: Curva de nivel de $v(x,y) = 2xy$ que corresponde a la parte imaginaria de $f(z) = z^2$

Ejemplo 2.2.5: Graficar la parte real e imaginaria de la función de variable compleja $f(z) = z^2 + 2z + 3i$. Al hacer los cálculos,

$$f(x+iy) = (x+iy)^2 + 2(x+iy) + 3i = (x^2 - y^2) + i(2xy) + 2x + i(2y) + 3i$$

$$f(x+iy) = (x^2 - y^2 + 2x) + i(2xy + 2y + 3)$$

Notemos que $u(x,y) = x^2 - y^2 + 2x$ y $v(x,y) = 2xy + 2y + 3$.

Para la parte real, escribamos el código,

-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];

-->function z=u(x,y)

-->z=x.^2-y.^2+2*x;

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,u)

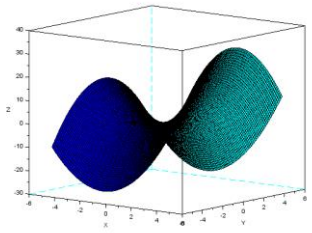


Figura 2.15: Parte real de $f(z) = z^2 + 2z + 3i$

Si escribimos fcontour2d(x,y,u,9), obtenemos

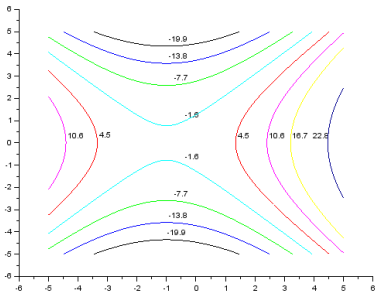


Figura 2.16: curva de nivel de la parte real de $f(z) = z^2 + 2z + 3i$

Para la parte imaginaria:

-->clf

-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];

-->function z=v(x,y)

-->z=2*x'*y+2*y+3;

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,v)

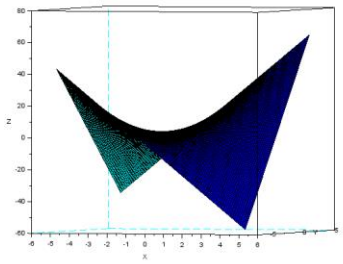


Figura 2.17: Parte imaginaria de $f(z) = z^2 + 2z + 3i$

Si escribimos fcontour2d(x,y,u,16), tenemos:

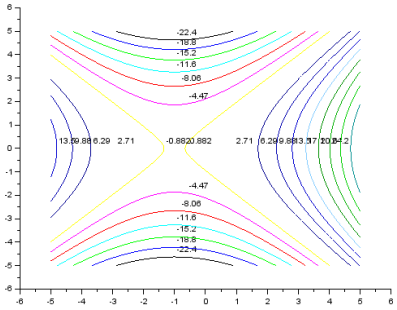


Figura 2.18: curva de nivel de la parte imaginaria de $f(z) = z^2 + 2z + 3i$

PRÁCTICA 5

a) Graficar en el intervalo [-10, 10] la función $f(x) = x^2 \sin(2x)$

b) Graficar en el intervalo [-5, 5] , un gráfico verde, punteado y discontínuo de la función $f(x) = 2x \sin(3x)$

c) Graficar con línea verde punteada la función $f(x) = x^3 - 4x + 6$ en el intervalo que usted desee.

d) Graficar con línea roja punteada la función $f(x) = 4x^3 - x^2 + 6x + 1$ en el intervalo que usted desee.

e) Graficar con línea magenta punteada la función $f(x) = |x|$ en el intervalo [-3, 3]

f) Graficar la familia de funciones $f_m(x) = x\sin(mx)$ con *m=1, m=3, m=5 y m=7* con los colores que usted quiera y el intervalo [-6, 6].

g) Graficar las partes reales e imaginarias, además de las curvas de nivel de la función de variable compleja $f(z) = \bar{z}^2 + z + 1$ en el intervalo que usted quiera. Calcule a con lápiz y papel las partes reales e imaginarias.

h) Graficar las partes reales e imaginarias, además de las curvas de nivel de la función de variable compleja $f(z) = \bar{z} + z + i$ en el intervalo que usted quiera. Calcule a con lápiz y papel las partes reales e imaginarias.

i) Graficar las partes reales e imaginarias, además de las curvas de nivel de la función de variable compleja $f(z) = e^{iz}$ en el intervalo que usted quiera. Calcule a con lápiz y papel las partes reales e imaginarias.

TALLER IV

Objetivos:

- Escribir correctamente funciones elementales en Scilab.
- Graficar las partes reales e imaginarias de funciones trigonométricas complejas.
- Graficar las partes reales e imaginarias de funciones hiperbólicas complejas.
- Comprobar propiedades de funciones elementales en Scilab.

Contenidos.

- Función exponencial compleja en scilab
- Función logaritmo natural complejo.
- Exponentes complejos.
- Funciones trigonométricas e hiperbólicas.
- Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas

4.1 Función exponencial

La función exponencial compleja e^z definida por: $e^z = e^x \cos y + ie^x \sin y$

Es llamada función exponencial compleja.

Algunos ejemplos:

Ejemplo 4.1. Escribir de la forma *a+ib* el número e^{1-i}

```
-->exp(1-%i)

 ans  =

   1.4686939 - 2.2873553i
```

Ejemplo 4.2. Escribir de la forma *a+ib* el número $e^{i\pi}$

```
-->exp(%i*%pi)

 ans  =

  - 1. + 1.225D-16i
```

Recordemos que por errores de redondeo, Scilab no nos muestra el valor real (cero) de la parte imaginaria.

Ejemplo 4.3. Comprobar las diferentes propiedades de los números complejos usando los números $z_1 = 4 + 2i$ y $z_2 = -1 + 3i$

a) $e^{z_1} e^{z_2} = e^{z_1 + z_2}$

-->z1=4+2*%i; z2=-1+3*%i;

-->exp(z1)*exp(z2)==exp(z1+z2)

ans =

F

El resultado da falso debido al error de redondeo de Scilab, sin embargo si lo escribimos individualmente,

-->exp(z1)*exp(z2)

ans =

5.6975073 - 19.260509i

Y también,

-->exp(z1+z2)

ans =

5.6975073 - 19.260509i

Podemos ver que los resultados son idénticos (por lo menos con las cifras que nos brinda Scilab)

b) Comprobar que $\overline{e^{z_1}} = e^{\overline{z_1}}$

-->conj(exp(z1))==exp(conj(z1))

ans =

T

c) Comprobar la periodicidad, es decir, $e^{z_1 + 2\pi i} = e^{z_1}$

-->exp(z1+2*%pi*%i)==exp(z1)

ans =

F

Otra vez el resultado es falso por redondeo, sin embargo, al calcularlo individualmente,

```
-->exp(z1+2*%pi*%i)

 ans  =

  - 22.720847 + 49.645957i

-->exp(z1)

 ans  =

  - 22.720847 + 49.645957i
```

Ejemplo 4.4. Graficar la parte real de la función exponencial complejo.

```
-->x=[-5:0.1:5]; y=[-5:0.1:5];

-->function z=u(x,y)

-->z=exp(x)*cos(y);

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,u)
```

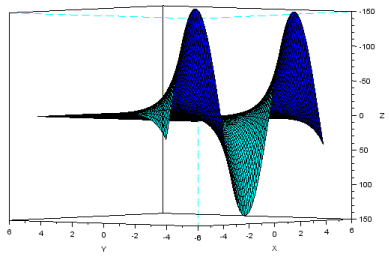


Figura 4.1: Parte real de exp(z)

PRÁCTICA 6.

1. Encuentre las partes reales e imaginarias (usando las funciones real e imag) de los números exponeciales complejos de:

a) $z_1 = -6 + i$

b) $z_1 = 4 + 2i$

c) $z_1 = -i$

2. Grafique la parte imaginaria de la función $f(z) = e^{2z}$. Calcule la parte imaginaria con lápiz y papel.

3. Con los números $z_1 = -i$ y $z_2 = -4 + i$ compruebe las propiedades siguientes.

a) $e^{z_1} e^{z_2} = e^{z_1 + z_2}$

b) $e^{z_1} / e^{z_2} = e^{z_1 - z_2}$

c) $(e^{z_1})^{-3} = e^{-3z_1}$

4.2 Función logaritmo natural.

La rama principal de la función logaritmo natural, denotado por Ln(z) está definida por: $Ln(z) = \mathrm{Ln(r)} + \mathrm{iArg(z)}$

Donde r es el módulo de z y Arg(z) es el argumento principal del número complejo z.

Scilab, por defecto calcula los logaritmos de números negativos y complejos. En scilab, el logaritmo de un número, digamos z, lo escribimos como log(z).

Ejemplo 4.5: Calcule ln(1+6i)

```
-->log(1+6*%i)
 ans  =
   1.805459 + 1.4056476i
```

Podemos identificar las partes reales y complejas,

```
-->real(log(1+6*%i))
 ans  =
   1.805459
-->imag(log(1+6*%i))
 ans  =
   1.4056476
```

Ejemplo 4.6: Calcule el ln(-1).

```
-->log(-1)
 ans  =
   3.1415927i
```

PRÁCTICA 7

1. Dados los números $z_1 = 2 - 3i$ y $z_2 = -1 + 2i$. Compruebe las propiedades de los logaritmos.

a) $Ln(z_1 z_2) = Ln(z_1) + Ln(z_2)$

b) $Ln(z_1 / z_2) = Ln(z_1) - Ln(z_2)$

c) $Ln(z_1^{-3}) = -3Ln(z_1)$

d) $e^{Ln(z_2)} = z_2$

4.3 Exponentes complejos.

Si α es un número complejo y z es un complejo distinto de cero, entonces el exponente complejo z^{α} está definida por: $z^{\alpha} = e^{\alpha Ln(z)}$

Ejemplo 4.7: Encuentre los valores principales de los siguientes números complejos.

a) $(-1)^{3i}$

-->(-1)^(3*%i)

ans =

0.0000807

b) $(1+\sqrt{3}\,i)^{3i}$

-->(1+sqrt(3)*%i)^(3*%i)

ans =

- 0.0210449 + 0.0377433i

c) $(i)^{i/\pi}$

-->%i^(%i/%pi)

ans =

0.6065307

Ejemplo 4.8 Sean $z = 1+3i$, $\alpha_1 = 1+i$ y $\alpha_2 = -2i$.

a) Compruebe que $z^{\alpha_1} z^{\alpha_2} = z^{\alpha_1+\alpha_2}$ (Leyes de exponentes complejos)

```
-->z=1+3*%i

 z  =

   1. + 3.i

-->alpha1=1+%i; alpha2=-2*%i;

-->z^(alpha1+alpha2)

 ans  =

   10.974263 + 1.0761998i

-->z^(alpha1)*z^(alpha2)

 ans  =

   10.974263 + 1.0761998i
```

b) Compruebe que $z^{\alpha_1} / z^{\alpha_2} = z^{\alpha_1-\alpha_2}$

```
-->z^(alpha1)/z^(alpha2)

 ans  =

  - 0.0007060 - 0.0745795i

-->z^(alpha1-alpha2)

 ans  =

  - 0.0007060 - 0.0745795i
```

PRÁCTICA 8

1) Calcule los valores principales de

a) $(1+ie)^{2i}$

b) $(4-i)^{1-3i}$

c) $(5-3i)^{4i}$

d) $(4-i)^{\exp(i)}$

2) Dados los números $z=2i$, $w=1+i$ y $\alpha=1+4i$.

a) $(zw)^{\alpha}=z^{\alpha}w^{\alpha}$. Calcule en Scilab.

b) $\left(\frac{z}{w}\right)^{\alpha}=\frac{z^{\alpha}}{w^{\alpha}}$

4.4. Funciones trigonométricas e hiperbólicas.

Las funciones seno y coseno están definidas por:

$$\sin(z)=\frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} \text{ y } \cos(z)=\frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$$

De igual forma:

$$\tan(z)=\frac{\sin(z)}{\cos(z)},\ \cot(z)=\frac{\cos(z)}{\sin(z)},\ \sec(z)=\frac{1}{\cos(z)} \text{ y } \csc(z)=\frac{1}{\sin(z)}$$

También, podemos definir las funciones seno y coseno de la forma *u+iv,* como:

$\sin(z)=\sin(x)\cosh(y)+i\cos(x)\sinh(y)$ y $\cos(z)=\cos(x)\cosh(y)-i\sin(x)\sinh(y)$.

Las funciones hiperbólicas seno y coseno son definidas por:

$$\sinh(z)=\frac{e^{z}-e^{-z}}{2} \text{ y } \cosh(z)=\frac{e^{z}+e^{-z}}{2}$$

Ejemplo 4.9: Exprese de la forma *a + ib* los siguientes números complejos. Comprobarlos con lápiz y papel.

a) tanh(1+3i)

```
-->tanh(1+3*%i)

 ans  =

   0.7680176 - 0.0591685i
```

b) sec(1-2i)

```
-->sec(1-2*%i)

 ans  =

   0.1511763 - 0.2269737i
```

c) csc(-2i)

-->csc(-2*%i)

ans =

0.2757206i

Ejemplo 4.10: Representar la parte imaginaria v, de la función *sin(z)*

-->x=[-3:0.1:3]; y=[-3:0.1:3];

-->function z=v(x,y)

-->z=cos(x)*sinh(y);

-->endfunction

-->fplot3d(x,y,v)

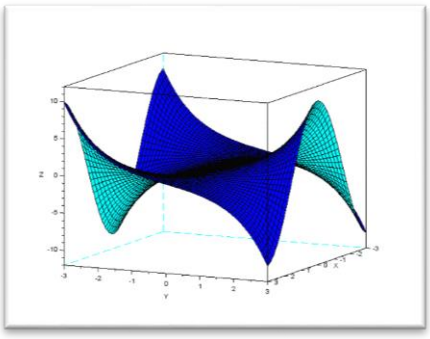


Figura 4.2: Parte real de sin(z)

PRÁCTICA 9

1. Escribir los números de la forma *a+ib*. Hacerlos con lápiz y comprobarlos en Scilab.

a) sec(2+3i)

b) tanh(1-i)

c) $i^{\cos(i)}$

d) $e^{\sin(i)}$

2. Grafique las partes reales e imaginarias de las funciones (calcule las partes reales e imaginarias con lápiz)

a) sin(z+2)

b) sinh(iz)

c) sec(2+z)

3. Demuestre que las siguientes funciones son enteras. Explique.

a) cos(z)

b) sin(iz)

4.5 Funciones trigonométricas e hiperbólicas inversas

Las funciones trigonométricas inversas multivaluadas están definidas por:

$$\sin^{-1} z = -i \ln\left[iz + (1-z^2)^{1/2}\right],\ \cos^{-1} z = -i \ln\left[z + i(1-z^2)^{1/2}\right] \text{ y } \tan^{-1} z = \frac{i}{2}\ln\left[\frac{i+z}{i-z}\right]$$

Las funciones multivaluadas $\sinh^{-1} z$, $\cosh^{-1} z$ y $\tan^{-1} z$ definidas por,

$\sinh^{-1} z = \ln\left[z + (z^2+1)^{1/2}\right]$, $\cosh^{-1} z = \ln\left[z + (z^2-1)^{1/2}\right]$ y $\tan^{-1} z = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{i+z}{i-z}\right]$

Son llamadas seno hiperbólico inverso, coseno hiperbólico inverso y tangente hiperbólica inversa.

Ejemplo 4.11

a) Expresar de la forma a+ib, $\sinh^{-1}(-2i)$

```
-->asinh(-2*%i)

 ans  =

   1.3169579 - 1.5707963i
```

b) $\tanh^{-1}(1+2i)$

```
-->atanh(1+2*%i)

 ans  =

   0.1732868 + 1.1780972i
```

c) $\cosh^{-1}(1/i+3)$

```
->acos(1/%i+3)

 ans  =

   0.3377011 + 1.8241987i
```

PRÁCTICA 10

1. Calcule (en lápiz y papel) y en Scilab los siguientes números complejos.

a) $\cosh^{-1}(2i+4/i)$

b) $\tan^{-1}(4i)$

c) $(\tan^{-1}(4i))^i$

d) $e^{i\sin^{-1}(-i)}$

ANEXO II: PRUEBAS.

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS (GRUPO DE CONTROL)

Nombre: _____ # carné: _____

Objetivo: Conocer los conocimientos previos adquiridos en las asignaturas requisitos con los que cuenta el (la) estudiante de variable compleja para establecer su influencia en el rendimiento académico de la asignatura en la UNAH – VS.

Instrucciones: Se les pide que desarrolle los ejercicios con la mayor honestidad, además de resolver los problemas con la mayor claridad y orden, dejando en evidencia los procedimientos y respuestas.

Ejercicios prácticos

1. Calcule la derivada de la función $f(x) = \cos(\tan^{-1}(2x))$
2. Calcule $\int_{-1}^{2} (x^2 - 1)dx$
3. Calcule y compruebe las soluciones de la ecuación $x^2 - 6x = -13$.
4. Grafique la función $f(x) = \frac{2x-5}{x+2}$, defina cuales son las asíntotas verticales y horizontales.
5. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones, escriba el conjunto solución.
   $2x - 3y = -5$
   $3x + 4y = 18$
6. Dados los vectores **u** = (-2, 2) y **v** = (2, 5), represente y calcule el ángulo entre los dos vectores.
7. Calcule la ecuación de la recta que es tangente a la curva $f(x) = x^2 - 1$ en el punto (-2, 3). Haga un dibujo de las curvas
8. Hallar el área de región R limitada por las curvas $x = 2 - y$, $x = y^2$. Grafique las curvas.

PRUEBA DE CONOCIMIENTOS PREVIOS (GRUPO EXPERIMENTAL)

Nombre: _____ # carné: _____

Objetivo: Conocer los conocimientos previos adquiridos en las asignaturas requisitos con los que cuenta el (la) estudiante de variable compleja para establecer su influencia en el rendimiento académico de la asignatura en la UNAH – VS.

Instrucciones: Se les pide que desarrolle los ejercicios con la mayor honestidad, además de resolver los problemas con la mayor claridad y orden, dejando en evidencia los procedimientos y respuestas.

Ejercicios prácticos

1. Calcule la derivada de la función $f(x) = \sin(\tan^{-1}(3x))$
2. Calcule $\int_2^4 (y^3 - \sqrt{y})dy$
3. Calcule y compruebe las soluciones de la ecuación $x^2 + 5 = 4x$.
4. Grafique la función $g(x) = \frac{4x-1}{x+3}$, defina cuales son las asíntotas verticales y horizontales.
5. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones, escriba el conjunto solución.
   $4x - 2y = -2$
   $-5x + 3y = 4$
6. Dados los vectores **u** = (-2, 1) y **v** = (1, 4), represente y calcule el ángulo entre los dos vectores
7. Calcule la ecuación de la recta que es tangente a la curva $h(x) = x^2 + 1$ en el punto (3, 10). Haga un dibujo de las curvas
8. Hallar el área de región R limitada por las curvas $x = 2 - y$, $x = y^2$. Grafique las curvas

POSTEST GRUPO DE CONTROL
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE HONDURAS EN EL VALLE DE SULA

UNAH VS

Departamento de Matemática

II Examen de Variable Compleja (1600)

Nombre: _____ # carné: _____

Instrucciones: Resuelva el examen de forma clara y ordenada lo pedido.

Tipo I: Parte práctica.

1. Escriba los siguientes números de la forma a + ib. [4 puntos cada uno]

a) $(\sin(1-2i))^{i}$. Calcular todos los valores posibles.

b) $e^{\cos i}$. Calcular todos los valores posibles.

c) $\tan^{-1}(-3i)$. Calcular el valor principal.

d) i^{-2i}. Calcular todos los valores posibles.

e) $Ln(-1-i)$.

2. Dibuje la imagen de la línea y = 2 bajo el mapeo $w = iz^2 - 1$. [5 puntos]
3. Dibuje la imagen de la región $x \geq 1$ bajo el mapeo $w = 2z + i$. [5 puntos]
4. Dibuje la imagen de la línea y = h bajo el mapeo $w = \cos z$. Dibuje algunos valores h de la recta [5 puntos]
5. Estudie la diferenciabilidad y analicidad de las funciones siguientes. Explique. [10 puntos cada uno]

a) $f(z) = x^3 + 3xy^2 - x + i(y^3 + 3x^2y - y)$

b) $f(z) = \cos(2z)$. Descomponer en sus partes reales e imaginarias.

6. Demuestre la fórmula siguiente: [15 puntos]

$$\left(\frac{1+i\tan(\alpha)}{1-i\tan(\alpha)}\right)^{n} = \frac{1+i\tan(n\alpha)}{1-i\tan(n\alpha)},\ n \in \mathbb{R}$$

7. Demostrar que las siguientes funciones definidas en $\mathbb{R}^2$, satisfacen la ecuación de Laplace y por lo tanto pueden ser interpretadas como la parte real de una función analítica. En este caso, determinar la correspondiente función f(z) de la cual son su parte real. [15 puntos cada uno]

a) $u(x,y) = \sin(x)\cosh(y) + 2\cos(x)\sinh(y) + x^2 - y^2 + 4xy$

b) $u(x,y) = 2x(1-y)$

POSTEST GRUPO EXPERIMENTAL
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE HONDURAS

UNAH VS

Departamento de Matemática

II Examen de Variable Compleja (1800)

Nombre: _____ # carné: _____

Tipo I: Parte práctica.

8. Escriba los siguientes números de la forma a + ib. [4 puntos cada uno]

f) $(\cos(i))^i$. Calcular todos los valores posibles.

g) $e^{\sin(i)+2}$. Calcular todos los valores posibles.

h) $\sin^{-1}(-4i)$. Calcular el valor principal.

i) $\sqrt{i^{-i}}$. Calcular todos los valores posibles.

j) $Ln(-1-i)$.

9. Dibuje la imagen de la línea x = 2 bajo el mapeo $w = 2z^2 - i$. [5 puntos]
10. Dibuje la imagen de la región $y \le 1$ bajo el mapeo $w = (1+i)z - 1$. [5 puntos]
11. Dibuje la imagen de la línea x = k bajo el mapeo $w = \sin(z)$. Dibuje algunos valores h de la recta [5 puntos]
12. Estudie la diferenciabilidad y analicidad de las funciones siguientes. Explique. [10 puntos cada uno]

c) $f(z) = x^2 - x + y + i(y^2 - 5y - x)$

d) $f(z) = \cosh(iz)$. Descomponer en sus partes reales e imaginarias.

13. Demuestre la fórmula siguiente: [15 puntos]

$$\left(\frac{1+i\tan(\alpha)}{1-i\tan(\alpha)}\right)^n = \frac{1+i\tan(n\alpha)}{1-i\tan(n\alpha)},\ n \in \mathbb{R}$$

14. Demostrar que las siguientes funciones definidas en $\mathbb{R}^2$, satisfacen la ecuación de Laplace y por lo tanto pueden ser interpretadas como la parte real de una función analítica. En este caso, determinar la correspondiente función f(z) de la cual son su parte real.

c) $u(x,y) = xy + (e^y + e^{-y})\cos(x)$, *f(0) = 1+2i*

d) $u(x,y) = 2x - x^3 + 3xy^2$