JORGE JUAN Y LA CONSOLIDACIÓN DEL CÁLCULO INFINITESIMAL EN ESPAÑA (1750-1814)

Elena Ausejo y Francisco Javier Medrano Sánchez
Universidad de Zaragoza*

Introducción: Primer periodo (1750-1767)

La Ilustración en matemáticas viene definida por el nivel alcanzado en el dominio del nuevo cálculo diferencial e integral, que en España penetra de la mano de jesuitas y militares. Se ha dicho que las matemáticas del siglo xviii son el Cálculo Infinitesimal[1], una aseveración que puede parecer exagerada, pero que refleja lo que sucede en este siglo. La modernidad de una obra se contrasta con el uso que se hace del cálculo, y desde luego una obra en cuyo contenido no figure el cálculo puede asegurarse que es anticuada. Los cambios y nuevas propuestas se suceden a veces de forma simultánea. Las polémicas, las disputas no hacen sino favorecer un clima donde nada está a salvo de ser revisado y contestado.

Pues bien, durante la segunda mitad del siglo xviii y hasta la expulsión de los jesuitas en 1767 se produjo en España una introducción limitada del cálculo diferencial e integral protagonizada por jesuitas y militares. Los jesuitas enseñaron esta disciplina matemática en Madrid –en el Real Seminario de Nobles y en el Colegio Imperial–, probablemente también en Barcelona –en el Colegio de Nobles de Cordelles–. En el ámbito militar, el cálculo

* Facultad de Ciencias (Matemáticas). Ciudad Universitaria. 50009 Zaragoza. ichs@unizar.es. 652913950

1. Hormigón, Mariano: «Las matemáticas en la Ilustración española. Su desarrollo en el reinado de Carlos III», en *Ciencia, Técnica y Estado en la España Ilustrada,* (Fernández Pérez, Joaquín y González Tascón, Ignacio), Zaragoza, 1990, p. 269.

diferencial e integral fue incorporado a la enseñanza en la efímera (1750[2]-1761) Academia de Guardias de Corps ubicada en Madrid y en la Academia de Guardias Marinas de Cádiz, pero no a la formación de ingenieros militares y artilleros. Tampoco las universidades contemplaron la inclusión de esta disciplina entre sus enseñanzas[3].

En el marco del *De methodus fluxionum* de Newton (1740)[4], los dos libros de texto mas influyentes en España fueron el *Treatise of fluxions* de MacLaurin (1742)[5] y la *Doctrine and Applications of Fluxions* de Simpson (1750)[6]. En el primero de ellos se basó el ingeniero militar Pedro Padilla, Director de la Academia de Guardias de Corps, para escribir *Geometría superior o de las curvas y de los cálculos diferencial e integral o méthodo de las fluxiones* (1756)[7], el único libro de texto sobre esta materia publicado en español en este primer periodo de introducción del cálculo diferencial e integral. La obra de Simpson, reelaborada por el jesuita Tomás Cerdà en notación diferencial –en un manuscrito que quedó inédito–, fue probablemente usada en el Colegio de Nobles de Cordelles y en el Colegio Imperial.

El análisis sistemático de los materiales docentes –cursos manuscritos, exámenes y libros de texto– muestra que la tendencia principal en la introducción del cálculo fue fluxional –esto es, newtoniana–, si bien existen referencias al enfoque diferencial –leibniziano–. Todo parece indicar que esta preferencia inicial por el enfoque fluxional vino determinada por la

2. Según Lafuente, Antonio y Peset, José Luis: «Las actividades e instituciones científicas en la España Ilustrada», en *Carlos III y la Ciencia de la Ilustración*, (Sellés, Manuel; Peset, José Luis y Lafuente, Antonio), Madrid, 1988, p. 35. Cuesta Dutari da primero 1751 como fecha de creación de dicha Academia, aunque luego hace una referencia a 1749, véase Cuesta Dutari Norberto: *Historia de la invención del análisis infinitesimal y de su introducción en España*, Salamanca, 1985, pp. 134 y 137.
3. Para un estudio detallado hasta 1787 véase Ausejo, Elena y Medrano Sánchez, Francisco Javier: «Construyendo la modernidad: Nuevos datos y enfoques sobre la introducción del Cálculo Infinitesimal en España (1717-1787)», *Llull: Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas*, 71 (2010), 25-56.
4. Newton, Isaac: *La méthode des fluxions et des suites infinies*, Paris, 1740, traducido al francés por Buffon.
5. MacLaurin, Colin: *A Treatise of fluxions in two books*, Edinburgh, 1742.
6. Simpson, Thomas: *The Doctrine and Application of Fluxions*, 2ª ed. revisada y corregida, Londres, 1750.
7. Padilla Arcos, Pedro: *Curso Militar de Mathemáticas sobre las partes de estas Ciencias, pertenecientes al Arte de la Guerra, para el uso de la Real Academia, establecida en el Quartel de Guardias de Corps,* Madrid, 1753-1756, t. IV.

apropiación de las excelentes obras inglesas mencionadas, al objeto de satisfacer la necesidad de producir libros de texto en español[8].

La obra de Padilla recibió, con fecha 18 de mayo de 1756, la aprobación de Jorge Juan, que destacaba su «claridad y buen orden» y afirmaba: «es la obra más completa que en álgebra y geometría se ha dado a la luz en nuestro idioma»[9]. No obstante, Jorge Juan había emprendido el camino de la modernización de la matemática española ya unos años antes.

Por una parte, hay que tener en cuenta que en sus *Observaciones Astronómicas y Físicas* (1748) ya se utilizaba el cálculo diferencial. Por tanto, no es de extrañar que su acceso a la dirección de la Academia de Guardias Marinas de Cádiz en 1752 marcara el comienzo de la modernización matemática de esta institución, ni tampoco que este puesto quedara hacia finales de 1753 a cargo del astrónomo y matemático francés Luis Godin –participante, como Jorge Juan, en la expedición de La Condamine–. Los exámenes de 1754 demuestran que la enseñanza del cálculo diferencial e integral era ya un hecho en esta Academia[10], pero la obra que consolidó estas enseñanzas en la Armada –en su modalidad leibniziana– fue el *Examen maritimo theórico práctico* de Jorge Juan, publicado en 1771. Veinte años después de su muerte apareció una segunda edición corregida y aumentada[11] por Gabriel Ciscar para su uso en el Curso de Estudios Mayores de la Academia de Guardiamarinas, una obra que vino a mostrar como el editor, partidario del cálculo fluxional, se esforzaban en asimilar y desarrollar la tendencia infinitesimal continental en virtud del respeto intelectual que le profesaba a Jorge Juan[12].

El texto de Padilla anteriormente mencionado era insuficiente para paliar la notable escasez de obras utilizables en castellano para la enseñanza de materias científicas y técnicas, particularmente en los centros militares. Así, con el fin último de elaborar un tratado completo de matemáticas, el Conde

8. Sobre este tema véase Ausejo, Elena: «British Influences in the Introduction of Calculus in Spain (1717-1767)», en *The Circulation of Science and Technology,* Barcelona, 2012, pp. 555-559.
9. Cuesta Dutari, *op. cit.*, p. 734.
10. Hernández, Eulogio: «El cálculo infinitesimal en España», *Revista de Bachillerato.* Cuaderno monográfico 5, Suplemento del nº 13 (1980), 56-62.
11. Juan y Santacilia, Jorge: *Exàmen Marítimo teórico práctico, ó Tratado de Mecánica aplicado á la construccion, conocimiento y manejo de los navíos y demás embarcaciones*. *Edicion segunda. Aumentada con una exposicion de los principios del cálculo, notas al texto y adiciones*, Madrid, 1793.
12. Para un estudio detallado de la obra de Ciscar en cálculo infinitesimal véase Ausejo, Elena y Medrano Sánchez, Francisco Javier: «La fundamentación del Calculus en España: el Cálculo Infinitesimal en Gabriel Ciscar (1760-1829)», *Llull: Revista de la SEHCYT*, 76 (2012), 305-316.

de Aranda –a la sazón Director General de Artillería e Ingenieros– promovió en 1756 la creación de la Real Sociedad Matemática Militar, que se disolvió en 1760 sin haber logrado más resultado que el de adquirir, según muestra el inventario de obras relacionadas al cierre de la Sociedad (1760)[13], una buena colección de libros y revistas que contenía lo esencial de las matemáticas –y del cálculo diferencial e integral– de la época[14].

Estos hechos muestran que, en el periodo 1750-1767, el cálculo diferencial e integral fue introducido en España, pero no quedó consolidado. Lo mejor estaba por llegar. Volver a empezar, aunque no desde cero, con la puesta en marcha de los colegios y seminarios dejados tras la expulsión de los jesuitas favoreció la aparición de una serie de profesores e instituciones que dieron un nuevo aire a la enseñanza de las ciencias en España y que permitieron un cierto florecimiento de las matemáticas en el siguiente periodo, hasta la Guerra de la Independencia.

Segundo periodo: 1767-1814

En este periodo los artilleros y los ingenieros militares incorporaron la enseñanza del cálculo infinitesimal a sus planes de estudio[15]. También lo hicieron, paulatinamente, las universidades[16]. José Chaix, ingeniero del nuevo cuerpo civil de ingenieros cosmógrafos, publicó la obra más avanzada de cuantas se produjeron en cálculo infinitesimal[17]. No obstante, la influencia de Jorge Juan se manifestó en las tres instituciones civiles más importantes para la modernización de la formación matemática media y superior en España, que se estudian a continuación.

---

13. Cuesta Dutari, *op. cit.*, pp. 218-226.
14. En la formación de la biblioteca podría haber intervenido Jorge Juan. Véase Capel, Horacio: «Las Academias de Ingenieros», en *Carlos III y la Ciencia de la Ilustración*, *op. cit.,* p. 368, nota 30.
15. Véase Velamazán, Mª Ángeles: *La enseñanza de las matemáticas en las academias militares en España en el siglo xix*, Zaragoza, 1994; y Navarro Loidi, Juan: «La incorporación del cálculo diferencial e integral al Colegio de Artillería de Segovia», *Llull: Revista de la SEHCYT*, 78 (2013), 333-358.
16. Véase Cobos, José Miguel y Fernández-Daza, Carmen: *El cálculo infinitesimal en los ilustrados españoles: Francisco de Villalpando y Juan Justo García*, Cáceres, 1997; y Ausejo, Elena: «Mathematics Education in Spain and Portugal: Spain», en *Handbook on the History of Mathematics Education* (Karp, Alexander y Schubring, Gert), New York, 2014 (DOI 10.1007/978-1-4614-9155-2_14).
17. Chaix, José: *Instituciones de cálculo diferencial e integral con sus aplicaciones principales á las matemáticas puras y mixtas*, Madrid, 1801. Puede verse una primera aproximación en Medrano Sánchez, Francisco Javier: «El cálculo diferencial en el "Tratado Elemental de Matemáticas" de Vallejo», en *Estudios de Historia de las Técnicas, la Arqueología industrial y las Ciencias*, Segovia, 1998, pp. 953-964.

La Real Academia de Bellas Artes de San Fernando: de Benito Bails a Antonio Varas

La preocupación institucional por la enseñanza de las matemáticas en España y, más concretamente, por la producción de libros de texto en castellano –en una época en la que el propio concepto de libro de texto estaba gestándose en el contexto internacional– no se circunscribió al ámbito militar sino que, por el contrario, alcanzó también a la formación de las profesiones civiles.

Así ocurrió en la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando, donde los estatutos de 1751 ordenaban impartir en la Sección de Arquitectura enseñanzas que incluían unos rudimentos de matemáticas de los que se hacían cargo, por turnos mensuales, los Directores y Tenientes de Arquitectura. Comienzan entonces una serie de infructuosos intentos de redacción y publicación de textos docentes[18], especialmente desde que los estatutos de 1757 pusieran el centro bajo el control de los consiliarios –nobles ilustrados en su gran mayoría–, entre ellos el Conde de Aranda. Él fue quien abordó, en un dictamen sobre los medios necesarios para mejorar el estudio de la Arquitectura en la Academia[19], la reforma de las enseñanzas de Arquitectura, incidiendo en la importancia de contar con buenos libros de texto en castellano.

En la Junta Particular del 17 de enero de 1759, cuando el Secretario de la Academia, Ignacio de Hermosilla y Sandoval, expresó al Viceprotector la necesidad de dotar a la Sección de Arquitectura de un método propio de enseñanza ordenado y diferenciado del utilizado por pintores y escultores, se mencionó expresamente la obligatoriedad de estudiar las matemáticas que fueran necesarias[20]. No obstante, los resultados no fueron inmediatos: los textos de aritmética y geometría presentados en 1765 por el teniente director de arquitectura José Castañeda fueron definitivamente descalificados en abril de 1768 por una comisión de 8 miembros, entre ellos Jorge Juan[21], el jesuita Miguel de Benavente –académico de honor y profesor de matemáticas en el Colegio Imperial– y el capitán de ingenieros Mariano Lleopart.

---

18. Véase al respecto García Melero, José Enrique: *Literatura española sobre artes plásticas*, Madrid, 2002, vol. 1, pp. 179-187.
19. *Ibid.*, pp. 39, 173, 180 y 245.
20. Archivo de la Academia de San Fernando (AASF), legajo 3/121. En él pueden seguirse las Juntas Particulares que documentan el azaroso devenir del proceso de creación de las cátedras de matemáticas.
21. García Melero, *op. cit.,* p. 182.

Para entonces, muchas cosas habían cambiado. En octubre de 1766 Francisco Subirás, formado en el Colegio de Cordelles con Cerdá y académico de mérito desde 1759, pero ajeno a la profesión de arquitecto, había sucedido al malogrado Castañeda como teniente director de arquitectura[22]. En abril de 1767 los jesuitas habían sido expulsados. Y había comenzado a despegar el ascendente de Jorge Juan sobre la Academia: académico de honor desde diciembre de 1767 y recién nombrado académico de mérito (8 de abril de 1768), sería consiliario desde julio de 1770 hasta su muerte[23].

Su impulso matemático se hizo notar ya desde julio de 1768, cuando la Junta Particular de la Academia decidió solicitar al Rey la creación de una cátedra de matemáticas desligada de la tres secciones establecidas en la Academia –pintura, escultura y arquitectura–.

Una vez aceptada la propuesta, en agosto de 1768 la Junta Particular solicitó a Jorge Juan y al ingeniero militar Pedro Cermeño propuesta de candidatos para cubrir el puesto, mencionando ya a Benito Bails (1731-1797) y Subirás como posibles titulares. En septiembre se leyó en la Junta el dictamen de Jorge Juan, que se decantaba por Bails como único candidato capaz de satisfacer plenamente el encargo de la Academia en cuanto a escribir los tratados de matemáticas[24]. No obstante, se adoptó la solución salomónica de Cermeño, a saber, utilizar la dotación económica de una cátedra para crear dos. Tanto Bails como Subirás recibieron el nombramiento de Director de Matemáticas el 2 de octubre de 1768[25], pero mientras el primero aceptó de inmediato[26], el segundo demoró su aceptación e incorporación en espera de su nombramiento como Director del Colegio de Nobles de Cordelles, dimitiendo de sus cargos en la Academia en agosto de 1769[27].

Cabe destacar cómo la tarea encomendada a Bails era, al margen de atender las clases, la elaboración de un texto de matemáticas en castellano bajo la dirección de Jorge Juan. Este encargo inicial se vio aumentado al solicitársele la elaboración de dos obras de características distintas: un gran tratado de matemáticas, los *Elementos,* y una obra más elemental y concisa,

22. *Relación general de académicos (1752-2012),* Madrid, RABASF, Archivo-Biblioteca (2013), p. 444.
23. *Ibid.,* pp. 243-244.
24. Bédat, Claude: «Don Benito Bails, Director de Matemáticas de la Real Academia de San Fernando desde 1768 a 1797. Su biografía, su 'Elogio' y sus dificultades con la Inquisición», *Academia,* 27 (1968), 19-50.
25. *Relación general de académicos, op. cit.,* pp. 61 y 444.
26. AASF 31-10/1.
27. *Relación general de académicos, op. cit.,* p. 444.

los *Principios*[28]. La Academia no pretendía que Bails elaborara un tratado original, sino que se le pidió expresamente que tradujera y resumiera de las mejores obras que hubiera en ese momento en Europa, como ya se había planteado en 1759.

Bails se puso manos a la obra con diligencia y rapidez: con fecha 26 de diciembre de 1769 tenía ya preparado un plan de trabajo que incluía un *Curso Grande* y un *Curso Pequeño de Matemáticas*. Tanto el plan del *Curso Grande* (los *Elementos*), como el del *Curso Pequeño* (los *Principios*) fueron aprobados por Jorge Juan[29], quien además mostró su conformidad con todo el proceso de elaboración seguido por Bails –que le remitía las obras conforme iba componiéndolas–.

Los *Elementos* de Bails compendiaron lo más fundamental de la matemática pura y aplicada de la época. Su tercer tomo –impreso en 1772 aunque publicado en 1779–, dedicado a la aplicación del álgebra a la geometría y al cálculo infinitesimal, fue el primer texto en castellano de amplia difusión que abordó de manera extensa el cálculo diferencial e integral, adoptando la exposición continental en detrimento del enfoque fluxional. Su desarrollo está dividido en dos partes claramente diferenciadas: una introducción y un desarrollo teórico con aplicaciones.

Así, pese a conocer la obra de Euler[30], optó por la línea más geométrica del Marqués de L´Hôpital, utilizando como elementos de estudio cantidades variables –que continuamente ejemplifica, introduce y trabaja en forma de curvas– en vez de funciones.

Otro aspecto importante es su mezcla de conceptos, tomando ideas de L´Hôpital o de D´Alembert sin abordar su armonización. Cabe deducir que para Bails, cuando menos a la hora de elaborar el texto, la fundamentación del cálculo era un problema menor, en el sentido de que consideraba comprobada de forma rotunda la validez de los métodos utilizados[31]. Así, recurrió para la fundamentación al concepto de límite de D´Alembert, pero sólo como principio teórico y casi filosófico[32] para justificar o avalar los otros métodos ya utilizados: diferenciales, cantidades infinitamente pequeñas,...[33]

---

28. Bails, Benito: *Elementos de Matemática*, Madrid (1779-1787), 10 tomos en 11 vols. Bails, Benito: *Principios de Matemáticas*, Madrid, 1776, 3 vols., 2ª ed. 1788-90, 3ª ed. 1795-1799, 4ª ed. 1805-1816.
29. Junta Particular 14-Enero-1770, AASF 3/121. Sobre el plan del *Curso Grande* véase Ausejo, y Medrano Sánchez, «Construyendo la modernidad», p. 44.
30. Véase el elogio de Euler y de sus obras en Bails, *Elementos*, tomo III, p. XXIX.
31. Opinión muy extendida entonces entre los matemáticos.
32. El propio D´Alembert se preocupó poco de desarrollar su teoría de los límites más allá de una declaración de intenciones.
33. Véase, por ejemplo, Bails, *Elementos*, tomo III, pp. XI-XII, 238, 240, 244.

Las fuentes de Bails pueden localizarse a partir de su detallada mención de los textos manejados:

> Por haber seguido M. D´Alembert las huellas de Newton, que considera el cálculo diferencial como el cálculo de los límites de las razones, y por la brevedad y magisterio con que le ilustra, copiamos en una introduccion lo que trae sobre este asunto en la citada Obra[34], sin mas alteración que añadirle un pedacito sacado de Ricati»[35] (...) "Pero primero trasladamos del libro quinto del tratado Analítico del Marques del Hospital[36] algunas proposiciones muy fundamentales»[37]" (...) y después le aplicamos [El cálculo diferencial], copiando a M. Bezout[38], á la declaración de algunos puntos de las curvas algebraicas[39].

Respecto a las aplicaciones, afirma:

> Bastará decir por mayor que todo está sacado del Marques del Hospital, de Bougainville[40], Thomas Simpsom[41], Emerson[42], Ricati, Bezout, el Abate Marie[43],...[44].

También para el cálculo integral[45] ofrece las fuentes en el prólogo. Cita a Cotes, MacLaurin, Simpsom, Clairaut, D´Alembert, Boungaiville, Fontaine, Condorcet, Leseur y Jacquier, Euler, Agnesi, Lagrange, los Riccati, … y advierte:

> pero á ninguno tenemos tanto que agradecer como á M. Bezout, de cuyo curso hemos copiado lo mejor y mas dificultoso que sobre este asunto publicamos[46].

---

34. D'Alembert, Jean le Rond: *Mélanges de littérature, d´histoire et de philosophie*, Amsterdam, 1767, 6 vols.
35. Riccati, Vincenzo: *Traité de Courbes Algébriques,* Paris, 1756.
36. L´Hôpital, Guillaume François Antoine: *Traité analytique des sections coniques,* Paris, 1704.
37. Bails, *Elementos*, tomo III, p. XV.
38. Bézout, Étienne: *Cours de mathématiques a l´usage des Gardes du Pavillon et la Marine*. *Quatrième partie, contenant les Principes généraux de la Méchanique, précédés des Principes de Calcul qui servent d´introduction aux Sciences Physico-Mathématiques,* Paris, 1784.
39. Bails, *Elementos*, tomo III, p. XVII.
40. Boungainville, Louis Antoine de: *Traité du Calcul Intégral pour servir de suite a l´Analyse des infiniment petits de M. Marquis de L´Hôpital,* Paris, 1754.
41. Simpson, *op. cit.*
42. Emerson, William: *The doctrine of fluxions,* London, 1757.
43. La Caille, Nicolas Louis de: *Leçons élémentaires de Mathématiques. Nouvelle édition augmentée par M. l'Abbé Marie,* Paris, 1770.
44. Bails, *Elementos*, tomo III, p. XXII.
45. Que reconoce está tratado de forma muy breve, pues su idea es dedicarle un tomo entero, que finalmente no elaboró.
46. Bails, *Elementos*, tomo III, p. XXV.

En cuanto al cálculo diferencial, cabe destacar que, pese a `presentar la definición de función al estilo euleriano[47], no la utilizó en su exposición. Su manejo de las diferenciales fue bastante clásico, demostrando muchas de las fórmulas a través de consideraciones geométricas y basándose en la supresión de las diferenciales de orden superior. En muchos aspectos, como él mismo declara, su texto es copia del de Bézout, del que toma hasta los ejemplos de diferenciación.

La lista de libros manejados, citados, copiados o recomendados por Bails es tan extensa y completa que, en lo que a las matemáticas se refiere, se puede afirmar la total modernidad de la obra. Todos los nombres y obras importantes son citados, de manera que la obra de Bails es referente obligado en la matemática española y marca un punto de inflexión que influirá de manera definitiva en la posterior producción matemática española.

La acusación que tantas veces se ha hecho a Bails de que su obra es una mera copia de otras[48] no deja de ser un poco sorprendente ya que, en primer lugar, es lo que se le pide, y en segundo lugar el no sólo no lo oculta, sino que da en cada momento la procedencia exacta. Intentar desmerecer el trabajo de Bails por esta razón equivale a desconocer lo que supuso para la matemática española el acercamiento a la ciencia moderna que se produjo como consecuencia de su publicación. La obra de Bails fue un auténtico hito por sus contenidos y, en virtud del caudal de información bibliográfica que albergaba, también una fuente de información moderna de libros y autores para los matemáticos españoles de la época. Por otra parte, el estudio de la biblioteca personal de Bails, con 139 obras de matemáticas de un total de 571[49], corrobora que efectivamente manejaba la bibliografía que incorporó a su obra. Sólo sobre la base de un caudal de conocimiento matemático moderno de calidad puede explicarse la rapidez con que Bails diseñó y elaboró su texto.

En cuanto al cálculo diferencial e integral, cabe destacar las siguientes características de los *Elementos*:

- Adopción definitiva de la notación de Leibniz.
- Incorporación del concepto de límite de D´Alembert, pero sólo como justificante de los métodos utilizados y no como herramienta de uso.

47. *Ibid.*, p. 318.
48. Fundamentalmente de Bézout.
49. Lo que representa un 24,34% del total. Véase Arias de Saavedra, Inmaculada: *Ciencia e Ilustración en las lecturas de un matemático: la biblioteca de Benito Bails*. Granada, 2003, p. 39.

Así, en la exposición sigue con las diferenciales como infinitamente pequeños[50].

– Predominio total del aspecto geométrico en detrimento de la propuesta de Euler de hacer del análisis una teoría de funciones.
– Para Bails las diferenciales existen y son el elemento fundamental de su cálculo, frente a la derivada o cociente diferencial.

La influencia del pensamiento de Bails puede verse en autores universitarios posteriores, como Villalpando[51] o Juan Justo García[52], cuyas obras no llegaron nunca a hacer sombra a las de Bails.

Bails compatibilizó la redacción de los *Elementos*, una obra completa pero de difícil manejo para los estudiantes de los diversos centros de enseñanza, con la de los *Principios*, un texto pensado para los alumnos de las aulas de arquitectura –no del aula de matemáticas– de la Academia, en su mayoría artesanos esencialmente orientados a la práctica. Así, el tomo primero de los *Principios* trataba de Aritmética, Geometría y Trigonometría plana; el segundo de Dinámica, Hidrodinámica, Óptica, Astronomía y calendario; el tercero de Geografía, Gnomónica, Arquitectura, Perspectiva y Logaritmos. Era un texto elemental en cuanto a matemáticas, para un público general básicamente interesado en sus aplicaciones.

No obstante, el éxito de los *Principios* parece haber propiciado la extensión de sus contenidos matemáticos, que empezaban a ser demandados en otros centros de enseñanza superior. Ante la aparición de textos de uso universitario que ya contemplan el cálculo diferencial e integral –los ya mencionados de Villalpando y Juan Justo García–, Bails reconoció haberse quedado «muy corto, cortísimo»[53] y acometió una reestructuración completa de su obra: a partir de la segunda edición suprimió los contenidos del tercer tomo, que fueron ocupados por los correspondientes al tomo segundo de la primera edición. El nuevo segundo tomo, publicado en 1789, se dedicó a álgebra, cónicas y cálculo infinitesimal: funciones, series, diferencias, cálculo

50. No debe extrañar esta posición: el uso de los infinitamente pequeños será, por su comodidad, una constante duradera; por ejemplo, en *la* École Polytechnique aún seguía utilizándose en 1812. Véase Grattan-Guiness, Ivor: «Euler´s Mathematics in French Science, 1795-1815», en *Leonhard Euler (1707-1783). Beiträge zu Leben und Werk*, Basel, 1984, p. 397.
51. Que publica en 1778 su *Tractatus praelimirais Mathematicarum*, con un apéndice dedicado al cálculo infinitesimal. Véase un análisis de esta obra en Cobos y Fernández-Daza, *op. cit.*
52. García, Juan Justo: *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría,* Salamanca, 1782, 2 vols., 2ª ed. 1794, 3ª ed. 1801, 4ª ed. 1814.
53. Bails, *Principios*, 2ª ed., tomo II, p. II.

diferencial, cálculo integral y trigonometría esférica. Incluyendo los temas de matemática pura que habían quedado fuera en la primera edición –álgebra, geometría analítica y, sobre todo, cálculo infinitesimal–, los nuevos *Principios* se convirtieron en un texto manejable y completo de matemáticas puras y *mixtas* –esto es, aplicadas–.

Por otra parte, el desarrollo del cálculo infinitesimal en los *Principios* difiere notable y significativamente del presentado en los *Elementos*, destacando los siguientes aspectos:

- Solamente se mantiene la defensa del concepto de límite como fundamentación cuando se utilizan párrafos de los *Elementos*.
- Aparecen las funciones, que se manejan en varios apartados.
- Se advierte una nueva estructuración de los *Principios*, de desarrollo más euleriano, con las diferencias finitas como precedente de las diferenciales.
- Para las diferenciales de orden superior se manejan las ideas de Euler.
- Existe una relativa pérdida del componente geométrico del desarrollo.

Los motivos que llevaron a Bails a hacer estos cambios no están claros, ya que ninguna pista da sobre los mismos. Se pueden apuntar las siguientes causas, que pueden ser complementarias:

- Una evolución del pensamiento de Bails hacia posturas más próximas a Euler, que fue el verdadero dominador de la matemática durante buena parte del siglo XVIII.
- Un planteamiento de tipo didáctico, que le indujera a dejar al margen la justificación del cálculo como límite, por considerar más fácil y asequible el planteamiento de Euler.
- Una posibilidad no descabellada sería que esta edición hubiera sido redactada, o al menos corregida, por otro matemático, concretamente José Moreno[54] o Antonio Varas[55].

54. José Moreno fue nombrado en 1768 amanuense de Bails, para la redacción de sus cursos y en 1777 segundo director de matemáticas para cubrir la vacante de Francisco Subirás, que nunca se incorporó a su puesto. Más tarde ocupó cargos de carácter administrativo en la Academia: vicesecretario en 1786 y secretario general el 29 de enero 1791, lo que le llevó a abandonar sus obligaciones en la cátedra, en la que fue sustituido por Antonio Varas con fecha 1 de mayo de 1791. Falleció el 5 de enero de 1792. Véase *Relación general de académicos, op. cit.,* pp. 314 y 467.

55. Nombrado profesor sustituto de matemáticas en la Academia en 1788. Téngase en cuenta que tanto la mala salud de Bails como sus problemas con la Inquisición le obligaron a necesitar de la ayuda de Moreno y Varas para finalizar sus *Elementos*.

Los *Principios* y los *Elementos* de Bails, junto con los *Elementos* de Juan Justo García, sustituyeron al antiguo *Compendio Mathematico* del jesuita Vicente Tosca –en 9 volúmenes originalmente publicados entre 1707 y 1715–, obra carente de cálculo infinitesimal reimpresa por última vez en 1760. En particular, estos dos textos de Bails fueron las primeras publicaciones en castellano de amplia difusión que trataron el cálculo infinitesimal de manera extensa, lo que posibilitó la progresiva implantación de la enseñanza de esta disciplina matemática en los diferentes establecimientos de enseñanza superior.

No obstante, el devenir de las matemáticas en la Academia –la cantidad y la calidad de sus contenidos– estuvo sujeto a las tensiones entre académicos y consiliarios –también entre arquitectos e ingenieros– en cuanto a la orientación, usos y funciones de la institución. La muerte de Jorge Juan en 1773 y la delicada salud de Bails debilitaron la posición de las matemáticas en la Academia a lo largo de la década de los 80, hasta la llegada de Antonio Varas en 1788 como profesor sustituto.

Antonio Varas y Portilla[56], clérigo pensionado por el Rey, tenía una buena formación, tanto científica como humanística. Estudió 6 años de Humanidades: 3 de Latinidad y 3 de Retórica, Poética, Lengua griega, Geografía y Cronología. También estudió Lógica y Metafísica en el Colegio de Dª Mª Aragón, y Física experimental y Matemáticas en los Reales Estudios de San Isidro[57]. También constan sus estudios de Química y Botánica.

Durante los años 1787 y 1788 estudió en la Academia de San Fernando con José Moreno, y ese mismo año fue nombrado profesor sustituto de matemáticas en la Academia. En 1790 fue nombrado también profesor sustituto de los Reales Estudios a petición de su director, Manuel Villafañe. Ocupó este cargo durante tres años, pese a ser nombrado con fecha 1 de mayo de 1791 catedrático segundo de la Academia de San Fernando, donde con fecha 3 de septiembre de 1797 sucedió a Bails, fallecido el 12 de julio, como primer director de matemáticas.

Todo parece indicar que la labor docente de Varas fue espléndida, empezando por los datos numéricos de su alumnado: en el primer curso en que impartió clases el número de estudiantes se duplicó, pasando de menos de 20 a 43; en 1793 ya contaba con 100 discípulos; en 1797 son 126 y 30 o 40 oyentes, entre los que se encuentran «varios profesores públicos de ésta

56. Toda la información sobre la vida de Varas en la Academia se encuentra en AASF 31-6/1.

57. En 1785 se presentó a unos ejercicios públicos: *Ejercicio público de física experimental, que tendrá en los estudios reales de esta corte don Antonio Varas y Portilla, asistiéndole Don Joaquín Gonzalez de la Vega*, Madrid, 1785. En matemáticas fue alumno de Vicente Durán.

corte de Madrid»[58]. Probablemente por este motivo fue llamado a los Reales Estudios, adonde en un primer momento llevó a sus propios alumnos de la Academia, por no haberlos en San Isidro. Allí celebró ejercicios públicos en 1790 y 1791 y, en 1796, los primeros en la Academia de San Fernando, con temas sobre algunos tratados elementales, cálculo diferencial e integral, dinámica, estática, hidrostática y óptica[59]. En ellos no se aprecian novedades reseñables respecto de Bails, en consonancia con su esforzada dedicación a la puesta al día y corrección de sus obras[60], que la Academia reeditó hasta mediados de la segunda década del siglo XIX[61].

La acreditación de estudios de Francisco Manuel de Revilla permite conocer la docencia impartida por Varas[62], repartida en dos cursos: Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría con sus aplicaciones a la práctica en el primero y Series, Cálculo Diferencial e Integral, Dinámica, Estática, Hidrostática, Hidráulica, Óptica y Principios de Astronomía en el segundo. La relación de contenidos muestra un buen curso de introducción, con una amplitud de temas tanto de matemática pura como aplicada, que permitiría a los alumnos una posterior profundización en los temas trabajados.

La influencia de Varas fue notable entre los futuros ingenieros de caminos[63], como muestra la opinión que expresan Betancourt y Peñalver en

58. AASF 31-6/1.

59. *Ejercicio público que de Matemáticas que en la Real Academia de San Fernando de ésta corte tendrán D. Francisco Manuel de Revilla y de Mendieta y D. Ramón Sarrais y Alier asistidos de su catedrático D. Antonio Varas y Portilla Director de dicha Facultad en la referida Academia*, Madrid, 1796.

Ejercicio público que de Matemáticas que en la Real Academia de San Fernando de ésta corte tendrán D. Magín Vallespinosa y D. Manuel Joseph de Ciaran asistidos de su catedrático D. Antonio Varas y Portilla Director de dicha Facultad en la referida Academia, Madrid, 1796.

Ejercicio público que de Matemáticas que en la Real Academia de San Fernando de ésta corte tendrán D. Francisco Xavier Van-Baumberghen asistido de su catedrático D. Antonio Varas y Portilla Director de dicha Facultad en la referida Academia, Madrid, 1796.

60. Véase, por ejemplo, el prólogo de la *Aritmética y geometría práctica de la Real Academia de San Fernando*, un arreglo del primer tomo de los *Elementos* de Bails (Aritmética y Geometría) para uso de la clase de geometría práctica para la instrucción de los artesanos que la Academia publicó en 1801.

61. Varas fue nombrado director de matemáticas honorario de matemáticas con fecha 14 de diciembre de 1822 y se jubiló el 8 de octubre de 1843, aunque todavía solicitó autorización para ocupar su silla durante las Juntas, e incluso impartir alguna clase.

62. AASF, DOC 1-13/4.

63. Entre sus alumnos se encuentran: José Agustín de Larramendi, ingeniero, Director General de Caminos a la muerte de Fernando VII; Francisco Javier Barra, ingeniero de caminos, director de la Escuela de Caminos en 1821 y, a la muerte de Larramendi, Director

su *Memoria sobre los medios de facilitar el comercio interior*, pero mayor fue su influencia entre los futuros matemáticos de diferentes instituciones[64], entre los que destaca José Mariano Vallejo (1779-1846), catedrático de matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid desde 1802[65], que le elogió profusamente a lo largo de su productiva carrera en virtud de sus habilidades docentes[66].

En este aspecto docente, cabe destacar que Varas había instaurado la costumbre de que sus alumnos hicieran disertaciones sobre los temas impartidos en la clase, o sobre temas relacionados con las matemáticas[67].

En conclusión, la influencia de Varas fue decisiva para la difusión de la obra de Bails –en particular para la consolidación del cálculo infinitesimal en España–, trascendió el ámbito de la Academia y, como se verá seguidamente, caló en las principales instituciones docentes a partir de la última década del siglo XVIII.

El Real Seminario de Nobles: de Francisco Subirás a José Mariano Vallejo

La puesta en marcha de los colegios y seminarios dejados tras la expulsión de los jesuitas no fue tarea fácil. En el caso del Real Seminario de Nobles de Madrid, su decadencia en el periodo 1767-1770 se puso de manifiesto con la caída en picado del número de estudiantes –de 103 a 19–, lo que llevó al Conde de Aranda a abogar por su supresión. No obstante, Roda desoyó esta propuesta y reaccionó en poco más de un mes nombrando Director de la

General de Obras Públicas; Francisco Baumbergen y José Azas, profesores de la Escuela de Ingenieros de Caminos.

64. Entre sus alumnos se encuentran: Magín de Vallespinosa, que sucedió a Varas como segundo director de matemáticas de la Academia tras la muerte de Bails; Agustín de Sojo, catedrático de matemáticas en el Real Seminario de Nobles; Francisco Travesedo, sucesivamente catedrático de matemáticas de la Real Casa de Caballeros Pajes, profesor de la Escuela de Ingenieros de Caminos, catedrático de cálculo infinitesimal en la Universidad Central de Madrid y fundador de la Academia de Ciencias.
65. Para su biografía véase Hernanz, Carlos y Medrano Sánchez, Francisco Javier: «José Mariano Vallejo: notas para una biografía científica», *Llull: Revista de la SEHCYT*, 25 (1990), 427-446; y Gentil Baldrich, José María: «Nuevos datos sobre la vida y la obra de José Mariano Vallejo y Ortega (1779-1846)», *Llull: Revista de la SEHCYT*, 44 (1999), 381-404.
66. Por el tono que manifiesta siempre parece profesarle devoción y cariño, pues a lo largo de las sucesivas ediciones de sus obras no desaparecen las referencias a Varas, sino que se incluyen otras nuevas, siempre en tono admirativo.
67. AASF 310. En particular, se conservan cuatro disertaciones de Vallejo, fechadas entre 1800 y 1802, y una de José Azas.

institución a Jorge Juan, quién a su vez nombró a Francisco Subirás Director de la Sala de Matemáticas[68].

De la actividad matemática del Seminario de Nobles sabemos a través de los ejercicios públicos realizados a fin de mostrar la calidad de las enseñanzas en esta nueva etapa de la institución, el primero de los cuales se celebró en enero de 1776 bajo la dirección de Subirás[69].

Que este certamen público versara sobre Geometría sublime y Mecánica, ya indica, por una parte, la fuerte consideración geométrica que para Subirás tenía el cálculo infinitesimal y, por otra, la importancia que concedía a sus aplicaciones a la mecánica. Ambos elementos son característicos de buena parte del cálculo de la época, hasta que ya a finales del siglo XVIII se estableciera una clara ruptura entre cálculo y geometría, de la mano de Lagrange –aunque el proceso se desarrolló gradualmente a partir de Euler–.

La preocupación de Subirás por las aplicaciones, en la que coincidía con Bails, se plantea en el prólogo a este certamen:

> Pero toda la Geometría sublime fuera de poquísima utilidad, si las especulaciones de los Analíticos se hubiesen limitado á la cantidad abstracta: contrayéronla á los objetos de la Mecánica, y consiguieron por este medio estender sus cálculos por todo el universo, llevando la Geometría hasta lo más recóndito de la naturaleza, y forzando los cielos, la tierra, y las aguas á manifestar las leyes, que les impuso el Criador.

Además, el cálculo es fundamental e imprescindible en matemáticas:

> de manera que ya en el dia no hay Nacion culta, que no posea el Cálculo, ni quien piense penetrar en las ciencias Matemáticas, sin empezar su estudio por aquellos principios, á no ser que esté sepultado en las densas sombras de la antigüedad[70].

Siendo consciente del nivel básico con que el cálculo se aborda en el certamen afirma, en una nueva declaración de utilidad, que es suficiente «para entender la Mecánica comprehendida en este Certamen»[71], mecánica que

68. Sobre el devenir de esta institución en las dos décadas inmediatamente posteriores a la expulsión de los jesuitas véase el magistral estudio de PESET, José Luis: «Ciencia, nobleza y ejército en el Seminario de Nobles de Madrid (1770-1788)», en M*ayans y la Ilustración*, Valencia, 1982.
69. *Certamen Público de los Tratados de Matemáticas, Geometría sublime, y Mecánica que en el Real Seminario de Nobles tendrá el caballero seminarista D. Felipe Ward, Subteniente del Regimiento de Infantería de Irlanda, baxo la dirección del primer profesor D. Francisco Subirás y Barra, el día 4 de Enero de 1776 á las 3 1/2 de la tarde*, Madrid, 1776.
70. *Ibid.,* p. I para ambas citas.
71. *Ibid.,* p. II.

está basada, como él mismo declara, en el Libro I del *Examen Marítimo* de Jorge Juan. Uno de los aspectos más característicos de la exposición es que, pese a seguir la vía fluxional en la exposición de los principios, advierte que usará el cálculo diferencial en mecánica «para conformarnos en todo con el Método de nuestro Excelentísimo Director difunto»[72].

Los temas a desarrollar en el certamen están divididos en dos partes, tituladas *Método Directo de las Fluxiones* y *Método Inverso de las Fluxiones o Cálculo de las Fluentes.* La primera parte comprende: reglas generales para hallar las fluxiones de las cantidades variables; aplicación de las fluxiones a los problemas de máximo y mínimo; aplicación de las fluxiones al método directo de las tangentes; aplicación de las fluxiones a los puntos de inflexión y de regreso; aplicación de las fluxiones a la curvatura de los arcos de las curvas. La segunda parte consta de Algunas reglas para hallar las fluentes y Aplicación del cálculo de las fluentes, donde considera: quadratura de las curvas (integrar por segmentos de círculo e integrar por logaritmos); rectificación de curvas (integrar por series infinitas e integrar por arcos de círculo); cubicación de las curvas; superficies de los sólidos.

El análisis del listado de los problemas que se resolvían y su comparación con el ya citado manuscrito de su maestro Cerdà muestra que sigue bastante fielmente los tres primeros *Quadernos de Fluxiones para la clase* y parte de las *Addiciones al Tratado de Fluxiones* de Cerdà, que se corresponden con las nueve primeras secciones de la primera parte de *Doctrine and Applications of Fluxions* de Simpson –la obra base del manuscrito de Cerdà–. La similitud es bastante clara y el orden coincide en lo fundamental[73]. Y como Cerdà utilizó la fundamentación fluxional con notación leibniciana, Subirás pudo usar el cálculo diferencial en la mecánica. No obstante, pese a estar en la época muy extendida la creencia de que ambos métodos eran esencialmente iguales salvo en la notación, Subirás manifiesta que son de hecho distintos en la hipótesis cuarta de su introducción sobre las fluxiones[74], lo cual, por otra parte, no le salva de caer, como otros autores de la época, en la confusión de traducir de manera automática la fluxión por la diferencial, error que también cometían autores ingleses al confundir a veces el momento con la fluxión[75].

Esta línea de seguimiento de las posiciones newtonianas parece acabar en Subirás. En ninguno de los textos revisados posteriores a éste vuelven

72. *Ibid.,* p. VII. Jorge Juan había fallecido en 1773.
73. Véase el detalle en: Ausejo y Medrano Sánchez, «Construyendo la modernidad», pp. 49-50.
74. *Certamen Público de los Tratados de Matemáticas*, *op. cit.,* p. VII.
75. Véase Boyer, Carl B.: *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, New York, 1959, esp. Capítulo VI.

a aparecer fluxiones. Lo que sí está bastante admitido es un mayor rigor en la fundamentación de Newton sobre la de Leibniz, consideración que se encuentra en Bails, Juan Justo García, Ibarra, Chaix y Vallejo, entre otros.

Ni el certamen de 1778, bajo la dirección de José Antonio de Igaregui[76], ni el de 1780, dirigido por Juan Antonio Montes de la Puente, incluyeron cálculo infinitesimal. Este último introdujo en su prólogo al certamen algunas alusiones al talento del alumnado y al nivel de las matemáticas impartidas en la institución, de la que no podían, según él, «salir Matemáticos eminentes»[77]. En cualquier caso, el contraste con el prólogo de Subirás es notable: mientras éste proclamaba la obsolescencia de las matemáticas sin cálculo infinitesimal, Montes sencillamente lo obviaba, en lo que parece ser un retorno a la formación matemática básica impartida por los jesuitas.

En los certámenes de 1783, bajo la dirección de Igaregui y Martín Tadeo Rosell[78], se volvió a justificar la enseñanza del cálculo infinitesimal en virtud de la mecánica y demás partes de la física de manera casi literalmente idéntica a la expresada por Subirás en el certamen de 1776. Al igual que entonces, se seguía el estudio de la mecánica por el libro primero del *Examen Marítimo* de Jorge Juan, aunque en esta ocasión no se había impartido la totalidad del volumen por falta de tiempo. Pero, a diferencia de entonces, se había producido ya el cambio de tendencia en la enseñanza del cálculo, abandonando definitivamente el método de las fluxiones en aras de una mayor facilidad didáctica[79].

---

76. *Certamen Público de los Tratados de Matemáticas, Geometría, y Aritmética, que en el Real Seminario de Nobles tendrán los caballeros seminaristas D. Pedro Tineo Ramirez, Vizconde de Villaoril, Capitán del Regimiento de Infantería de Navarra y D. Joseph Solano y Ortiz, asistidos de su maestro D. Joseph Antonio Igaregui, en el día 30 de diciembre de 1778 á las 3 1/2. de la tarde*, Madrid, 1778.
77. *Certámenes Públicos que en el Real Seminario de Nobles de esta Corte tendrán algunos Caballeros Seminaristas de los tratados de Aritmética, Geometría, Trigonometría, Fortificación y Aplicación de la Algebra a la Geometría. Baxo la dirección de su maestro D. Juan Antonio Montes de la Puente, Cadete de Reales Guardias de Infantería Española y Seminarista de esta Real Casa, en los días 30 y 31 de diciembre de 1780 a las 3 1/2.*, Madrid, 1780, p. II.
78. A la sazón primer y segundo profesor de matemáticas respectivamente, tras el fallecimiento de Subirás en 1783. Véase *Certámenes Públicos de Matemáticas, que en el Real Seminario de Nobles de esta corte tendrán los caballeros seminaristas Don Sabino Rodriguez Campománes, Don Joachin Sanchez de Tagle, subteniente del Regimiento Provincial de Laredo; don Fernando Gutierrez Cabrera; y Don Elias Calderon Henriquez, cadete de Reales Guardias de Infantería Española. Los dos primeros baxo la dirección del primer profesor Don Joseph Antonio de Igaregui, y los dos últimos baxo la del segundo profesor Don Martín Tadeo Rossel Viciano, en los días 20, 21 y 22 de Julio de 1783*, Madrid, 1783.
79. *Ibid*., p. 6.

Por lo demás, tanto el orden como los contenidos de los temas de cálculo diferencial e integral son muy parecidos a los contemplados en el certamen de 1776, hasta el punto de que todos los problemas de aplicaciones a máximos y mínimos se encuentran ya en dicho certamen. Aparte del abandono del método fluxional, los cambios fueron pocos: se incluyeron las diferenciales de las funciones trascendentes, logarítmicas, exponenciales y trigonométricas, que no aparecían en 1776, y se suprimió el cálculo relacionado con las diferenciales de orden superior, eliminando por consiguiente el cálculo de puntos de inflexión, retroceso y estudio de la curvatura.

Por último, al igual que en el certamen de 1780 se insistió en que el nivel de las enseñanzas no permitía alcanzar todos los aspectos de las matemáticas puras, en que los alumnos no podían «penetrar á fondo todas estas materias ni mucho menos podrán aplicar su doctrina indiferentemente, a qualquier asunto» y se apeló a que «la prudencia de los concurrentes disimule algunos defectos, que son inevitables en semejantes exercicios»[80].

En los certámenes de 1787, bajo la dirección de Igaregui, Martín Tadeo Rosell y Agustín Pedrayes[81], volvieron a incluirse los temas relativos a la segunda diferencial, que habían sido eliminados del certamen anterior. Otra novedad interesante fue la inclusión de algunas proposiciones específicas de series que, aunque manejadas en los certámenes anteriores, no tenían desarrollo propio. Por lo demás, no hubo grandes diferencias en cuanto al cálculo infinitesimal, tratándose los mismos temas y en el mismo orden: diferenciación de todo tipo de funciones elementales y trascendentes, aplicación a la resolución de problemas de máximos y mínimos, tangentes, evolutas y puntos de inflexión para el cálculo diferencial; cálculo de integrales y aplicaciones al cálculo de áreas, rectificación de curvas y volúmenes de sólidos de revolución para el cálculo integral.

Por último, el certamen de 1790, bajo la dirección de Agustín Pedrayes[82], aportó como novedad en cuanto al cálculo infinitesimal la inclusión de series inversas, que se utilizaron en el cálculo integral.

---

80. *Ibid*., pp. 7-8.
81. *Certámenes Públicos que en el Real Seminario de esta Corte tendrán los Caballeros Seminaristas de Aritmética, Algebra Geometría, Trigonometría, Aplicación del Algebra a la Geometría, Curvas, Secciones cónicas y Cálculo Diferencial e integral. Baxo la dirección de su los profesores D. Joseph Antonio de Igaregui, D. Martín Rosell Viciano y D. Agustín Pedrayes*, Madrid, 1787.
82. *Certamen público de trigonometría rectilínea, secciones cónicas, cálculo diferencial e integral, que en el Real Seminario de esta Corte tendrá el Caballero Seminarista D. Joseph Echevarría, Cadete del Regimiento de Dragones de la Reyna, Baxo las dirección de su maestro D. Agustín Pedrayes y Foyo, Catedrático de Matemáticas del mismo Real Seminario*, Madrid, 1790.

En la última década del siglo el número de alumnos volvió a decaer hasta el punto de que en los certámenes de 1802 había un único alumno en el examen de segundo de Matemáticas[83]. Las nuevas Constituciones de 28 de julio de 1799 establecieron nuevo plan de enseñanza, para el que se planteó la publicación de libros de texto. Por lo que a las Matemáticas se refiere, esta sería la gran aportación de José Mariano Vallejo, catedrático del Real Seminario de Nobles desde 1802, con su *Tratado Elemental de Matemáticas* (1812-1817)[84], que desplazó las obras de Bails y fue usado hasta 1860.

La obsesión de Vallejo fue el rigor expositivo, esto es, la presentación de unas deducciones en las que cualquier principiante pudiera seguir la cadena de razonamiento, facilitándole el paso de un eslabón a otro. Para ello evitó dar pasos por sabidos, plantear proposiciones como axiomas y dar por evidente lo que no lo era, de modo que si Bails realiza su obra totalmente enmarcado en los presupuestos más modernos del siglo XVIII, Vallejo lo hará en la línea que se desarrolla en el siglo XIX, con una vuelta generalizada al rigor.

Aunque el análisis detallado de una obra matemática de la magnitud y modernidad de Vallejo excede las dimensiones de este trabajo[85], sí es posible señalar los principales aspectos que lo sitúan como un hito en la historia del cálculo infinitesimal en España: con un enfoque de matriz euleriana, sigue a D'Alembert en la definición del cálculo mediante el concepto de límite, reduce el cálculo infinitesimal a álgebra al estilo de Lagrange e introduce a Lacroix en España, siguiendo –aunque con discrepancias importantes– su *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral*[86].

---

83. *Certámenes Públicos de Doctrina Cristiana e Historia sagrada, de Gramática Castellana, Latina y Francesa, de Poética y Retórica, de Geografía, Cronología e Historia, de Matemáticas, de Dibuxo, y de las habilidades Música, Bayle, Esgrima y Equitación, que tendrán en el Real Seminario de Nobles de Madrid algunos caballeros seminaristas los días 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19 y 20 de enero a las 4 de la tarde*, Madrid, 1802.
84. VALLEJO, José Mariano: *Tratado Elemental de Matemáticas*, *escrito de órden de S. M. para uso de los caballeros seminaristas del Real seminario de nobles y demás casas de educación del reyno*. Mallorca, en la Imprenta de Melchor Guasp, 1812-1817 [3 tomos en 5 vols., t. II, 1ª parte impreso en 1813; t. II, 2ª parte impreso por Felipe Guasp en 1813; t. III impreso en Valencia por Estévan en 1817]. Al cálculo infinitesimal está dedicado el cuarto volumen (t.II, 2ª parte, Mallorca, Imprenta de Felipe Guasp, 1813), cuya segunda edición (Madrid, Imprenta de D. Miguel Burgos, 1832) fue corregida y aumentada, pasando de 252 a 503 páginas.
85. Puede verse una primera aproximación en MEDRANO SÁNCHEZ, *op. cit.* Los autores preparan un análisis completo para su publicación en el próximo año.
86. París (1802), 2ª ed. 1806. Las diferencias se aprecian principalmente en el manejo de las diferenciales, que Vallejo evita pese a que Lacroix las utiliza profusamente.

Los Reales Estudios de San Isidro

Tras la expulsión de los jesuitas, varios miembros del Consejo de Castilla comisionados por Carlos III se encargaron de la puesta en marcha del Colegio Imperial de Madrid, que reabrió sus puertas en enero de 1770 con el nombre de Reales Estudios de San Isidro, donde las cátedras se cubrieron por oposición. Por lo que respecta a las matemáticas, para la primera oposición, convocada en 1771 para cubrir dos cátedras, fueron nombrados cuatro censores, entre los que se encontraban Bails y Subirás, lo que permite situar las matemáticas de los Reales Estudios también en la estela de Jorge Juan a través de sus dos primeros discípulos matemáticos. También cabe destacar que ya en esta primera oposición se produjo una situación que volvería a repetirse en décadas posteriores, a saber, la división de los censores en cuanto a la adjudicación de una de las dos cátedras. Finalmente, el nombramiento recayó en Antonio Rosell, contrariamente a lo propuesto por los comisionados del Consejo de Castilla.

En cuanto al cálculo infinitesimal, la influencia de Bails puede documentarse en los ejercicios públicos de 1785[87], presididos por Vicente Durán y Sacristán, a la sazón catedrático por oposición de los Reales Estudios desde 1779 –tras el fallecimiento en 1777 de Joaquín de León, el catedrático nombrado conforme al informe de los censores en 1771–. En estos ejercicios Durán se alinea claramente con las posiciones defendidas por Bails, que tienen su base en el concepto de límite planteado por D´Alembert y desarrollado, entre otros, por Cousin[88]. Existe un rechazo explícito de los infinitésimos y su cociente. Esto se declara en las dos primeras proposiciones del Cálculo Diferencial[89]:

I. Ni necesita el Cálculo Diferencial suponer la existencia de cantidades infinitamente pequeñas, ni de infinitamente grandes.
II. La razon entre diferencias infinitesimas no es otra cosa que el límite de la razon entre las diferencias finitas[90].

87. *Exercicio de los Principios Fundamentales de la Geometría sublime, y analisis infinitesimal, y de los Tratados de Dinámica, Artillería, Trigonometría esférica, Astronomía y Navegación. Lo tendrá en los Estudios Reales de esta Corte Don Antonio Luis Alfonso Fonds de Laval, Guardia de Corps de la Compañía Flamenca, presidiéndole Don Vicente Durán y Sacristán, catedrático de Matemáticas. Día [15] de Julio, a las [5] de la [tarde]*. Madrid, 1785.
88. Cousin considera los infinitamente pequeños como el límite de la razón entre diferencias finitas: Cousin, Jacques-Antoine-Joseph: *Leçons de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral*. Paris, 1777; Cousin, Jacques-Antoine-Joseph: *Traité de Calcul Différentiel et de Calcul Intégral*, Paris, 1796.
89. Ambas ideas proceden de D´Alembert.
90. *Ibid.,* p. 7.

La primera idea ya está presente tanto en el texto de Juan Justo García como en las obras de Bails[91], e implica un rechazo de los infinitésimos actuales y de las cantidades infinitamente pequeñas. Respecto a la segunda proposición, está también presente en las obras de Bails, en las que prevalece la idea de límite del cociente incremental como verdadero fundamento del cálculo. Si las diferencias infinitésimas no existen, no es posible calcular su cociente[92].

Como se observa, la influencia de Bails es clara, como no podía ser de otra forma al ser el libro de Bails el texto utilizado en San Isidro y ser Durán catedrático cuando se eligió el libro de Bails frente al de Wolff.

La estructura del ejercicio es, por otra parte, bastante clásica, aunque el número de proposiciones es pequeño, sobre todo en comparación con los ejercicios celebrados en el Seminario de Nobles. Para el cálculo diferencial se dan las reglas para calcular las diferenciales de las funciones elementales algebraicas y trascendentes (8 proposiciones), que se aplican (en 5 proposiciones) a las curvas con el cálculo de las fórmulas de tangentes, normales, subtangentes, puntos de inflexión, evolutas y máximos y mínimos[93]. Al cálculo integral se dedican 11 proposiciones en las que se desarrolla la integración elemental. Dos proposiciones tratan las integrales binomias, una las racionales y otra el caso de dos o más variables. El carácter esquemático y general de las proposiciones es notable en la última proposición, que abarca todas las aplicaciones al cálculo de áreas y volúmenes[94].

La influencia de Bails se mantuvo en la década de los noventa, pese a que en 1796 Francisco Verdejo intentó que los Reales Estudios sustituyeran los *Principios* de Bails como libro de texto por el suyo propio[95]. Verdejo, profesor sustituto en San Isidro desde 1787 –por enfermedad de Durán–, obtuvo en 1795 la cátedra dejada vacante por Antonio Rosell al ser nombrado Comisario de Guerra en Valencia en 1793. La oposición se celebró en medio de una gran polémica, debida a la falta de conocimientos de latín de Verdejo –lo que en principio le impedía presentarse a la plaza[96]–, y a la ya habitual discrepancia entre los censores.

---

91. Cobos y Fernández-Daza, *op. cit.,* p. 168. Bails, *Elementos*, tomo III, p. 235.
92. Bails, *Elementos*, tomo III, p. 239.
93. El número de proposiciones es menor que en el Seminario de Nobles porque estas son más generales: por ejemplo, en la primera están incluidas tanto las fórmulas de subtangente, subnormal, etc. como la aplicación a los casos concretos de las cónicas.
94. *Exercicio de los Principios Fundamentales de la Geometría sublime, y analisis infinitesimal, op. cit.,* p.12.
95. Se trata del *Compendio de Matemáticas puras y mixtas para la instrucción de la juventud*, cuyo primer tomo había publicado en Madrid en 1795. El segundo tomo, que contiene el cálculo infinitesimal, no se publicaría hasta 1802.
96. Lo que le enfrentó al director de los Reales Estudios, Estanislao de Lugo.

En el expediente[97] consta, por una parte, el informe del director de los Reales Estudios, Estanislao Lugo, y por otra, un informe remitido por los profesores de la Academia de Artillería de Segovia, encabezados por Pedro Giannini.

En el informe de Lugo se rechaza la pretensión de Verdejo alegando varios motivos. En primer lugar la contrastada validez del curso de Bails, que está compuesto, se dice, «sobre un plan que por encargo de la R[l] Academia de S. Fernando había formado el célebre Jorge Juan», y que fue elegido como texto en San Isidro frente al de Wolfio. Se dice además que el mérito de la obra viene avalado por la cantidad de alumnos que la han seguido en ese mismo centro, entre los que se encuentra el propio Verdejo. Para el director de los Estudios la obra de Verdejo no alcanza el nivel adecuado y presenta dificultades de carácter práctico, toda vez que el único volumen publicado no cubre los contenidos de los dos cursos que conforman los estudios de matemáticas en este centro. Rechaza los ejemplos aportados por Verdejo de otros catedráticos de San Isidro, que enseñan por sus propias obras, poniendo el ejemplo de Antonio Rosell, antecesor de Verdejo en la cátedra, quien enseñó por su propia obra[98] durante un tiempo, teniendo que volver a la enseñanza por el texto de Bails al comprobar los defectos de la suya.

El otro informe, en sentido contrario, es el que dan los profesores de la Academia de Artillería de Segovia, encabezados por Pedro Giannini. En dos hojas se hace un estudio comparativo de ambas obras[99], recomendando el texto de Verdejo por su adecuación a «la enseñanza de Artesanos, como son por lo común los que freqüentan los Reales Estudios de S. Isidro (…) por ser mas breve, por ser mas proporcionado a la necesidad é inteligencia de los mismos Artesanos».

La idea del nivel que deja traslucir este texto es demoledora. La enseñanza que parece deducirse es de un carácter absolutamente elemental, como la impartida en la Real Academia de San Fernando antes de la creación de las dos cátedras de matemáticas en 1768. No obstante, la observación parece excesiva y desproporcionada. La cantidad de buenos científicos[100] que pasan por las aulas de los Reales Estudios desmiente que la procedencia del

97. Archivo Histórico Nacional (AHN), Sección Consejo, legajo 5444, nº 2.

98. Rosell Viciano, Antonio Gregorio: *Instituciones Matemáticas*, vol. I, Madrid, 1785. El segundo tomo quedó inédito.

99. Curiosamente se afirma que la obra de Bails consta de cuatro tomos, aunque tanto los *Principios* como la parte matemática de los *Elementos* se publicaron en tres. No es posible saber qué cuatro tomos fueron objeto del estudio, aunque habla de *con inclusión de las tablas logarítmicas,* lo que remitiría al tomo décimo de los *Elementos.*

100. Antonio Varas, el propio Verdejo, Betancourt,...

alumnado se circunscribiera al estamento artesanal, estando documentada la presencia de militares de graduación[101], clérigos y nobles. Adicionalmente, los ejercicios públicos, aunque muestran a los alumnos más brillantes, no se corresponden con una enseñanza dirigida a una capacitación de carácter artesanal.

Verdejo fue nombrado censor en la siguiente oposición, celebrada en 1797 para cubrir la vacante producida por la muerte de Vicente Durán, que ganó José Ramón Ibarra contra el dictamen del Consejo –partidario de repetir la oposición ante el empate existente entre los censores– y contra la opinión de los comisionados[102].

Ibarra era un Capitán de Ingenieros Cosmógrafos del Estado, formado en la Academia de Guardiamarinas de Ferrol, que ejercía en los Reales Estudios como profesor sustituto[103] –primero de Varas y luego de Durán–. En los días de la oposición era también profesor de Astronomía en el Observatorio de Madrid.

Es destacable que en esta oposición los tres aspirantes disertaron sobre temas de cálculo infinitesimal. Ibarra se aleja de Bails en sus 15 páginas de disertación sobre *Los fundamentos del cálculo diferencial* al considerar a Newton inventor único del cálculo infinitesimal. No obstante, da cuenta de la diferencia de planteamiento con Leibniz y, al igual que Bails –de quien toma literalmente alguna nota de esta introducción histórica–, considera más riguroso a Newton.

Divide el cálculo infinitesimal en Cálculo diferencial, «que tiene por objeto hallar los límites de las relaciones entre diferencias de las cantidades variables», y Cálculo integral, cuyo objeto es «el de hallar la relación de las variables por las de sus límites». Comienza su desarrollo del tema definiendo límite, sobre el que fundamenta el cálculo diferencial. No obstante, es clara su preferencia por las concepciones newtonianas del cálculo, que se reflejan

101. En el expediente de la oposición a la cátedra ganada por Verdejo se apunta que durante sus años de sustituto se hallaban entre sus alumnos militares del Cuerpo de Ingenieros, de Artillería y Marina. Véase AHN, Sección Consejo, legajo 5433.
102. La documentación de esta oposición se encuentra en AHN (Sección Consejo, Legajos 5442 a 5444) y en el Archivo General de la Universidad Complutense de Madrid (Cajas D-542 y D-460). Un análisis detallado puede verse en Hernanz, Carlos y Medrano Sánchez, Francisco Javier: «Provisión de una Cátedra de Matemáticas en los Reales Estudios de San Isidro de Madrid en 1797», en *La Enseñanza de las Ciencias: una perspectiva histórica* (Ausejo, Elena y Beltrán, Mª Carmen), Zaragoza, 2000, pp. 477-492.
103. Como era habitual, hubo intentos de que la cátedra fuera concedida sin previa oposición, en este caso por parte de Tadeo Lope y Aguilar –ingeniero que ocupaba una de las Cátedras de Matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid– y de José Rebollo –Catedrático de Matemáticas en el Colegio de San Telmo de Sevilla–.

tanto en la llamada que hace a la interpretación dinámica de las curvas como en la importancia que da a la relación entre las cantidades infinitamente pequeñas, más que a éstas mismas. Pero al margen de esta llamada inicial, hace uso de las diferenciales, y su desarrollo sigue la línea marcada por Bails o Cousin del uso de los límites como necesarios para la fundamentación del cálculo.

En conjunto, se constata un cambio profundo de la concepción del papel central del cálculo infinitesimal, no sólo por el papel principal que pasa a ocupar en los temas de las oposiciones, sino también porque es usado como argumento en las censuras de los diferentes aspirantes. Todas las disertaciones de matemáticas puras son sobre cálculo, y encontramos expresiones en las censuras como «no empleó de ningún modo el cálculo analítico que es el idioma de los matemáticos», o «en todos sus ejercicios ha huido del cálculo», que reflejan el poder del cálculo como método para discriminar un buen matemático.

Conclusión

No se puede finalizar este repaso de las instituciones más influyentes en el proceso de consolidación del cálculo infinitesimal sin coincidir con Lafuente y Peset cuando afirman que «algunas personas logran tanta influencia y eficacia para sus propuestas que casi cabría considerarlas como instituciones de la vida cultural y científica española»[104]. Este parece ser el caso de Jorge Juan, a quien no sólo el tiempo dio la razón en cuanto a su apuesta por Bails, sino que triunfó después de morir en términos del respeto intelectual que adquirió, incluso entre quienes, como Ciscar, ni siquiera le conocieron.

Por otra parte, los datos disponibles permiten establecer una genealogía en el proceso de consolidación del cálculo infinitesimal en España desde Jorge Juan hasta Vallejo pasando por Bails y Varas, en la que cada protagonista se reconoce expresamente como discípulo de su antecesor.

Finalmente, cabe destacar que en sólo un par de décadas las obras de cálculo infinitesimal de Chaix y Vallejo superaron a las de Bails, lo que muestra el dinamismo, la permeabilidad y la capacidad de innovación adquirida por la pequeña comunidad matemática española.

104. Lafuente y Peset, *op.cit.,* p. 33.